

2021年10月28日（仮）

第6章：オークション基礎（1）（続き）

### 6.3. 不完備情報下のバーゲニング

参考文献：松島経セミ第10回

今までのオークションの前提：売り手の財評価に不確実性なし（ゼロ）

本節では  
売り手にも私的情報（タイプ）

∴ 売り手にも買い手にも情報レント発生する

### 6.3.1. ウォーミングアップ： 逆オークション (Reverse Auction)

物資調達、工事発注

売り手が入札者になる

買い手 (一人) に指値  $m_i$  ( $m_i$  円以上なら売っていい)

売り手  $i \in N$  のタイプ  $\omega_i \in [0,1]$

自分で消費する価値あるいは生産費用

逆オークションでも「一位価格入札、二位価格入札」、「せりあげ、せりさげ」健在  
アベコベ注意！

- 二位価格入札： 一番**安い**指値の売り手に落札  
 $[g(m) = i] \Rightarrow [m_i \leq m_j \text{ for all } j \in N]$   
 二番目に安い価格で取引  $\min_{i \in N \setminus \{g(m)\}} m_j$   
 正直表明が優位戦略、効率的配分達成（普通のオークションと同じ）
- 一位価格入札： 一番**安い**指値の売り手が落札  
 $[g(m) = i] \Rightarrow [m_i \leq m_j \text{ for all } j \in N]$   
 落札者の指値で取引  $m_{g(m)}$   
 分布対称性下で効率的配分達成（普通のオークションと同じ）
- せり上げ入札： 最初に挙手した売り手に落札  
 一位価格入札と類似（Think why）
- せりさげ入札： 最後までせりに残った売り手に落札  
 二位価格入札と類似（Think why）

6.3.2. 単純な例（分布共通とする）：  
売り手一人  $\omega_s \in [0,1]$  買い手一人  $\omega_b \in [0,1]$

四つのケース：

- $\omega_s$  が公共情報の場合： 通常のオークション
- $\omega_b$  が公共情報の場合： 逆オークション
- $\omega_b$ 、 $\omega_s$  とともに公共情報の場合： 完備情報下のバーゲニング
- $\omega_b$ 、 $\omega_s$  とともに私的情報の場合： 不完備情報下のバーゲニング

- ・ 売り手のタイプ  $\omega_s$  が公共情報の場合：通常のオークション（説明済み）

効率的配分のためには価格を一律  $\omega_s$  円にしないとだめ  
 よって、買い手に「情報レント」として余剰を全部持っていかれる

∴ 効率性を犠牲にして収入（利益）最大化：Reserve Price  $y \in (\omega_s, 1]$  で売る

$$\max_{y \in [0,1]} \{y(1 - P(y)) + \omega_s P(y)\}$$

$$\therefore y^* = \omega_s + \frac{1 - P(y^*)}{p(y^*)} > \omega_s$$

(一様分布では)

$$y^* = \omega_s + \frac{1 - \omega_s}{2}$$

- ・ 買い手のタイプ  $\omega_b$  が公共情報の場合：逆オークション

効率的配分のためには価格を一律  $\omega_b$  円にしないとだめ  
 よって、売り手に「情報レント」として余剰を全部持っていかれる

∴ 効率性を犠牲にして利得最大化：Reserve Price  $r \in [0, \omega_b)$  で買う

$$\max_{r \in [0, \omega_b]} (\omega_b - r)P(r)$$

$$\therefore r^* = \omega_b - \frac{P(r^*)}{p(r^*)} < \omega_b$$

(一様分布では)

$$r^* = \omega_b / 2$$

- $\omega_b$ 、 $\omega_s$  ともに公共情報の場合：完備情報下のバーゲニング

交渉問題：専門科目1「ゲーム理論」第7章 7.2.3. 逐次交渉 (Sequential Bargaining)  
あるいは「コースの定理」

$\omega_b < \omega_s$             取引不成立

$\omega_b > \omega_s$              $\omega_b$  と  $\omega_s$  の間のどこかで取引価格合意  
⇒ 効率的配分が交渉によって達成

$\omega_b$  も  $\omega_s$  もともに私的情報だったら？

効率的配分は可能 (by VCG)

しかし、双方に「情報レント」発生  
∴ 新たな問題発生：

「収支均衡不成立 (あるいは取引仲介人赤字)」

売り手支払額 < 買い手受取額

(⇒ 赤字避けるため、効率的配分あきらめざるをえないことも)

### 6.3.3. 不完備情報下のバーゲニング (Bilateral Trade)

売り手のタイプ  $\omega_s \in [0,1]$

買い手のタイプ  $\omega_b \in [0,1]$

効率的な BIC 直接メカニズム  $(g, x)$

$$g(\omega) = s \quad \text{if } \omega_s > \omega_b$$

$$g(\omega) = b \quad \text{if } \omega_s < \omega_b$$

$$\text{総余剰} \quad \mathbf{\max}[\omega_s, \omega_b]$$

売り手の参加制約：機会費用  $\omega_s$  (私的情報 Think why)

$$\omega_s P^b(\omega_s) - E_{\omega_b} [x_s(\omega)] \geq \omega_s \text{ for all } \omega_s$$

買い手の参加制約：機会費用ゼロ (Think why)

$$\omega_b P^s(\omega_b) - E_{\omega_s} [x_b(\omega)] \geq 0 \text{ for all } \omega_b$$

仲介人の収入： $x_s(\omega_s) + x_b(\omega_b)$

収支均衡条件

$$x_s(\omega_s) + x_b(\omega_b) = 0 \text{ for all } (\omega_s, \omega_b) \in [0, 1]^2$$

期待収支均衡： $E[x_s(\omega_s) + x_b(\omega_b)] = 0$

期待収入赤字： $E[x_s(\omega_s) + x_b(\omega_b)] < 0$

期待収入黒字： $E[x_s(\omega_s) + x_b(\omega_b)] > 0$

## 収入同値定理より

参加制約みたく **VCG mechanism** だけを考えればいい

$$x_s(\omega) = -\omega_b + h_s(\omega_b) \quad \text{if } \omega_s < \omega_b$$

$$x_s(\omega) = h_s(\omega_b) \quad \text{if } \omega_s > \omega_b$$

$$x_b(\omega) = h_b(\omega_s) \quad \text{if } \omega_s < \omega_b$$

$$x_b(\omega) = -\omega_s + h_b(\omega_b) \quad \text{if } \omega_s > \omega_b$$

売り手の参加制約 : VCG

$$\omega_s P^b(\omega_s) - E_{\omega_b} [x_s(\omega)] = E_{\omega_b} [\max[\omega_s, \omega_b] - h_s(\omega_b)] \geq \omega_s \quad \text{for all } \omega_s$$

(Think why)

買い手の参加制約 : VCG

$$\omega_b P^s(\omega_b) - E_{\omega_s} [x_b(\omega)] = E_{\omega_s} [\max[\omega_s, \omega_b] - h_b(\omega_s)] \geq 0 \quad \text{for all } \omega_b$$

(Think why)

参加制約みたす VCG mechanism の中で  
最も高い仲介人期待収入は？実は赤字！

売り手参加制約みたす VCG メカニズム

$$E_{\omega_b} [\max[\omega_s, \omega_b] - h_s(\omega_b)] \geq \omega_s \text{ for all } \omega_s \in [0, 1]$$

$$\therefore -E_{\omega_b} [h_s(\omega_b)] \geq \max_{\omega_s \in [0, 1]} [\omega_s - E_{\omega_b} [\max[\omega_s, \omega_b]]] = 0 \text{ (Think why)}$$

$$\therefore E_{\omega_b} [h_s(\omega_b)] \leq 0$$

買い手参加制約みたす VCG メカニズム

$$E_{\omega_s} [\max[\omega_s, \omega_b] - h_b(\omega_s)] \geq 0 \text{ for all } \omega_b \in [0, 1]$$

$$\therefore -E_{\omega_s} [h_b(\omega_s)] \geq -\min_{\omega_b \in [0, 1]} [E_{\omega_s} [\max[\omega_s, \omega_b]]] = -E[\omega_s] \text{ (Think why)}$$

$$\therefore E_{\omega_s} [h_b(\omega_s)] \leq E[\omega_s]$$

ところが…

$$\begin{aligned} & E[x_s(\omega) + x_b(\omega)] \\ &= -E[\max[\omega_s, \omega_b]] + E[h_b(\omega_s)] + E[h_s(\omega_b)] \\ &\leq -E[\max[\omega_s, \omega_b]] + E[\omega_s] \\ &= -E[\max[0, \omega_b - \omega_s]] < 0 ! \end{aligned}$$

期待収入は赤字！

## 赤字対策：

1) プラットホームビジネス (Net Auction, B2B, S2B...)  
タイプが決まる前にあらかじめ登録料徴収

2) あらかじめタイプを調査して不確実性減らしておく

$$\omega_s \in [0, \frac{1}{3}], \omega_b \in [\frac{2}{3}, 1]$$

⇒  $\frac{1}{3}$  円で買い取って  $\frac{2}{3}$  円で売却

### 例：Incentive Auction

UHF帯を民間から買い取って (逆オークション)  
携帯業者に売却 (通常オークション)

3) 効率性をあきらめる

## 6.4. オークションとリスク態度

**Quasi-Linearity** (準線形性) : 所得効果ゼロ (部分均衡分析のときの仮定)

$$U_i(a, t_i, \omega) = W_i(v_i(a, \omega) - t_i, \omega)$$

**Additional Assumption:**  $W_i(y, \omega)$  is independent of state  $\omega$

$$W_i(y) \equiv W_i(y, \omega)$$

リスク回避的 :  $W_i(\cdot, \omega)$  は凹関数

## リスク回避的な入札者

リスク回避的な入札者は  
「低利得＋高落札確率」を「高利得＋低落札確率（リスクー）」  
より好む

一位価格入札の場合：

リスク中立的な入札者よりも指値を高くする傾向  
(低利得＋高落札確率を追及)

⇒ 売り手収入アップ

二位価格入札の場合：

リスク態度に関係なく「正直」が優位戦略

⇒ 売り手収入かわらず

∴ 入札者がリスク回避的である場合  
対称性の仮定下でも、売り手は  
「一位価格入札」の方を「二位価格入札」  
より好む

(入札者はどっちが好き?)

## リスク回避的な売り手

(入札者はリスク中立的、分布対称性を仮定)

売り手の期待収入は「一位価格入札」と「二位価格入札」で一致

しかし、二位価格入札の方がより不確実な支払金額

∴ リスク回避的な売り手は

「一位価格入札」の方を「二位価格入札」より好む

タイプ  $\omega_i$  の入札者  $i$  が勝者の場合：

「一位価格」での支払額は一意に確定：
$$E[\max_{j \neq i} \omega_j \mid \max_{j \neq i} \omega_j \leq \omega_i]$$

「二位価格」での支払額は不確実：
$$\max_{j \neq i} \omega_j$$

宿題（6）を提出すること