2021 年 11 月 1 日（仮）

第 7 章：オークション基礎（２）：
Interdependent Values

7. 1. Winner's Curse（勝者の呪い）」

「Interdependent Values (Common Values)」

$v_i(a,\omega_i,\omega_{-i})$ ω_{-i} に依存　（**cf. Private Values**）

重要なケース：

「品質についての情報非対称性」（アカロフのレモンなど）

Affiliation

相手がよい（わるい）タイプであれば自身の財評価も高い（低い）
合理的な経済主体はこの傾向をきちんと考慮して戦略をたてる

しかし現実の経済主体は限定合理的
このような戦略的思考がうまくできない

その好例が
勝者の呪い（Winner's Curse）

例：油田採掘権オークション

Common Values (共通価値)： 財の価値に対して入札者は本来同じ評価
しかし真の価値について正しく知らない
私的（偏在）情報

油田採掘権オークション :「勝者の呪い」の起源（ＴＶドラマ「不毛地帯」）

Bidder 1 の私的情報⇒１億円
Bidder 2 の私的情報⇒４億円
Bidder 3 の私的情報⇒２億円
Bidder 4 の私的情報⇒５億円

仮定： みんなの評価の平均が真の価値に近い：３億円
２位価格入札（封印型）
正直に指値（**Private Values** の時と同じように行動、非合理的）

結果： **Bidder 4** が落札、４億円の支払い
⇒ １億円の損失発生（勝者の呪い！）

なぜ Winner's Curse（勝者の呪い）がおこるのか？

合理的な入札者：　勝者の呪いをおそれるので、楽観的な私的情報をもっていても控えめに入札する

限定合理的な入札者：　勝者の呪いを理解してない（｢熱狂｣してしまう）

仮説的思考（Hypothetical Thinking）

「もし・・・ならば、・・・・」という思考の仕方

「もし私が落札できたならば
他の入札者が財の品質について悪い情報を持っていたことになる」
⇒　指値を控えよう

限定合理的な入札者はこんな仮説的思考ができないため
勝者の呪いに取りつかれやすい

公開型（せりあげ, Clock）のすすめ

封印型：　相手の指値みえない
仮説を立てて戦略を練らないといけない
Hypothetical Thinking：不得手

せり上げ（**Clock**）：　仮説を立てるかわりに、せりあげ途中経過を観察して、相手の戦略を予想
Information Extraction from Observed Data

現実の経済主体は「合理的」か「非合理的」か？

実験（**Surveys: Kagel (1995), Kagel and Levin (2011) etc**）

- 勝者は高く落札し損失：「勝者の呪い」がおこる
- 経験を積むと合理的（ただし時間かかる！）
- ほとぼりさめると再び「勝者の呪い」（？）

実際の統計的証拠（**Hendricks, Porter, and Boudreau (1987) etc**）

- 油田採掘権入札において入札者はかなり合理的という報告も（？）
  （経験者，高額取引，などなどの理由）

簡単なモデル：Takeover Game

買い手（一人）が売り手（一人）に対して財（売り手が経営する会社の全持ち分）を $b \in [0,\infty)$ で購入したいと提示する。

売り手の財評価は $y \in [0,1]$、買い手の財評価は $\frac{3}{2}y$ とする

品質についての情報の非対称性：

売り手は y を知っているが、買い手は y を知らない

買い手は、 y が区間 $[0,1]$ 上の一様分布にしたがってランダムに決まっている、と予想

売り手は、買い手の提示した指値 b が売り手の財評価 y 以上なら売却する

買い手は指値 b をいくらに定めるか？

合理的な買い手の場合

仮説的思考

「もし指値 b に対して売り手が売却するならば、$b \geq y$ が成立している」

買い手は

「指値 b によって、確率 b で期待品質 $\frac{3}{2} \times \frac{b}{2} = \frac{3}{4}b$ を b 円で獲得できる」と

合理的に予想

買い手の最大化問題は

$$\max_{b \in [0,1]} \left(\frac{3}{4}b - b\right) \times b = \max_{b \in [0,1]} \left(-\frac{1}{4}b^2\right)$$

よって、$b = 0$、つまり取引不成立：勝者の呪い回避

限定合理的な買い手の場合

仮説的思考ができない

買い手は

「y の期待値は $1/2$ である。だから財を獲得すれば、指値 b に無関係に

期待利得 $3/2 \times 1/2 = 3/4$ を獲得できる」と、まちがって予想

（ただし、売り手は確率 b でしか売らないことは正しく予想するとしよう）

「指値 b によって確率 b で期待利得 $\frac{3}{4}$ を b 円で獲得」とまちがって予想

買い手の最大化問題は

$$\max_{b\in[0,1]}\left(\frac{3}{4}-b\right)\times b$$

よって、$b = 3/8$。しかし、実際の品質の期待値は

$$3/2 \times b/2 = 3/4\, b < b = 3/8$$

勝者の呪い！

現実の経済主体はどっち？

合理的、限定合理的な経済主体が
共存しているだろう

＊ 品質についての情報非対称性

（Akerlof, G. “Market for Lemons” Quarterly Journal of Economics 1970）

「市場の失敗」
（合理的な経済主体が撤退し崩壊）
しかし現実はある程度品質が保たれている。**Why?**

財・サービス市場：　ブランド、品質保証

労働市場：　学歴、紹介状、資格、キャリア歴
高賃金の提示（市場の失敗を合理的に阻止も）

金融市場：　**Bid-Ask Spreads**（**Ask Price – Bid Price**）
ディーラーの買値（**Bid**）は低く
ディーラーの売値（**Ask**）は高く
情報非対称性が大きいほどスプレッド大きい
ディーラー間で競争：スプレッドは正のまま均衡
Market Microstructure

補論：モンティ・ホール問題

（省略）

7. 2. Linkage Principle（関連性原理）

「Interdependent Values」

(相手のタイプがいいと自身の財評価もよい)

cf. Private Values

＋

「Correlated Types (Affiliation)」

（自身のタイプがいいと相手のタイプもいい確率が高い）

cf. Independent Types（分布独立性）

二位価格入札、一位価格入札（せりさげ）、せりあげ入札
（分布対称性の仮定下）

Private Values, 分布独立性の仮定下
すべて同じ期待収入をもたらす
同値定理

しかし
Interdependent Values, 分布非独立（**Affiliation**）の仮定下
せり上げ入札、二位価格入札、一位価格入札の順で
期待収入が高い
関連性原理（**Linkage Principle**）

Linkage Principle

以下を仮定する：単一種一単位取引

財を $p \in [0,1]$ 円で落札すると利得 $v_i(\omega) - p$

$v_i(\omega)$ は単調増加、$v_i(0,...,0) = 0$、$v_i(1,...,1) = 1$

評価関数「対称性」: $w : R^n \to R$ が存在し、任意の入札者 $i \in N$ について

$$v_i(\omega) = w(\omega_i, \omega_{-i}) \text{ for all } \omega \in \Omega$$

ω_{-i} の並べ方をかえても $w(\omega_i, \omega_{-i})$ の値はかわらない

分布対称性：任意の全単射 $\mu : N \to N$ について、

$$p(\omega) = p(\omega') \text{ if } \omega_i' = \omega_{\mu(i)} \quad \text{for all } i \in N$$

分布非独立性（Affiliation）: 自身のタイプが高い程他者のタイプが高くなりやすい

以下をみたす、任意のメカニズム（オークションルール）Λ を考えよう：

最も高い指値をした入札者に落札

落札者以外は支払いしない

一位価格入札、二位価格入札、せり上げ入札に共通の特徴

対称かつ単調増加の **BNE** 戦略プロファイルを考えよう

タイプ ω_1 の落札者１が別のタイプ ω_1' のふりをして指値した時の期待利得は

$$y_1^{\Lambda}(\omega_1', \omega_1) = \int_{r=0}^{\omega_1'} \bar{w}(\omega_1, r) q(r \mid \omega_1) dr - x_1^{\Lambda}(\omega_1', \omega_1) Q(\omega_1' \mid \omega_1)$$

ここで

$$\bar{w}(\omega_1, r) \equiv E[w(\omega_1, \omega_{-1}) \mid \omega_1, \max_{j \neq 1} \omega_j = r]$$

$$q(r \mid \omega_1) \equiv p(\max_{j \neq 1} \omega_j = r \mid \omega_1)$$

$$Q(r \mid \omega_1) \equiv \int_0^r q(r' \mid \omega_1) dr'$$

$\omega_1' = \omega_1$ にて最大化、一階条件は：

$$x_{1,1}^{\Lambda}(\omega_1, \omega_1) + \frac{q(\omega_1 \mid \omega_1)}{Q(\omega_1 \mid \omega_1)} x_1^{\Lambda}(\omega_1, \omega_1) = \bar{w}(\omega_1, \omega_1) \frac{q(\omega_1 \mid \omega_1)}{Q(\omega_1 \mid \omega_1)}$$

ここで

$$x_{1,1}^{\Lambda}(\omega_1', \omega_1) \equiv \frac{\partial x_1^{\Lambda}(\omega_1', \omega_1)}{\partial \omega_1'}$$

$$x_{1,2}^{\Lambda}(\omega_1', \omega_1) \equiv \frac{\partial x_1^{\Lambda}(\omega_1', \omega_1)}{\partial \omega_1}$$

$$x^{\Lambda}(0, \omega_1) = 0$$

別のオークション・ルール Λ' の一階条件と比較すると

$$\{x_{1,1}^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_{1,1}^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)\}$$
$$+\frac{q(\omega_1\,|\,\omega_1)}{Q(\omega_1\,|\,\omega_1)}\{x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)\}=0$$

さらに $\dfrac{d}{d\omega_1}x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)=x_{1,1}^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)+x_{1,2}^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)$ であることから

$$\frac{d}{d\omega_1}\{x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)\}$$
$$=-\frac{q(\omega_1\,|\,\omega_1)}{Q(\omega_1\,|\,\omega_1)}\{x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)\}$$
$$+\{x_{1,2}^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_{1,2}^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)\}$$

が成立する。

もし

$$x_{1,2}^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_{1,2}^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)=0 \text{ for all } \omega_1\in[0,1]$$

ならば

$$\frac{d}{d\omega_1}\{x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)\}$$

$$=-\frac{q(\omega_1\mid\omega_1)}{Q(\omega_1\mid\omega_1)}\{x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)\} \text{ for all } \omega_1\in[0,1]$$

および

$$x_1^{\Lambda}(0,0)-x_1^{\Lambda'}(0,0)=0$$

が成立する。このことは

$$x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)=x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1) \text{ for all } \omega_1\in[0,1]$$

つまり、Λ と Λ' は同じ期待収入をもたらすことを意味する（**Think why**）.

もし

$$x_{1,2}^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_{1,2}^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)>0 \quad \text{for all} \quad \omega_1\in(0,1]$$

ならば

$$\frac{d}{d\omega_1}\{x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)\}$$
$$>-\frac{q(\omega_1\,|\,\omega_1)}{Q(\omega_1\,|\,\omega_1)}\{x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)\} \quad \text{for all} \quad \omega_1\in(0,1]$$

が成立する。このことは

$$x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)>x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1) \quad \text{for all} \quad \omega_1\in(0,1]$$

つまり、Λ は Λ' よりも高い期待収入をもたらすことを意味する。

$$x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)=0$$ の時は必ず

$$\frac{d}{d\omega_1}\{x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)\}>0$$

つまり差がゼロに近づくとゼロから上方にはなれていく傾向にある。

よって、つねに $x_1^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1)-x_1^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1)>0$ がたもたれる

（Think why）

定理 7-1（Linkage Principle）： タイププの最高値の入札者が落札されるとし、非落札者は支払をしないとする任意のことなるオークションルール Λ、Λ' について、対称で単調増加のベイジアン・ナッシュ均衡がプレイされる場合、もし

$$x_{1,2}^{\Lambda}(\omega_1,\omega_1) - x_{1,2}^{\Lambda'}(\omega_1,\omega_1) > 0 \quad \text{for all} \quad \omega_1 \in (0,1]$$

が成立するならば、オークションルール Λ の期待収入の方が、オークションルール Λ' の期待収入よりも高くなる。

自身のタイプが高いほど
落札時の支払額が高くなる傾向が強いオークションルールの方が
期待収入を高くする

「せり上げ」＞「二位価格」＞「一位価格」

一位価格入札

支払い額は自身の指値そのもの

指値を固定すれば、支払額は自身のタイプから無関係

$$x_{1,2}^{I}(\omega_1,\omega_1)=0$$

一位価格入札は、最高値の入札者が落札し、非落札者は支払しないルール中

もっとも期待収入が低い

二位価格入札

自身のタイプが高いと、他の入札者のタイプも高い傾向

必然的に二位価格も高くなる傾向

$$x_{1,2}^{II}(\omega_1,\omega_1)\geq 0$$

せり上げ入札

自身のタイプが高いと他の入札者のタイプも高い、だけでない

せり上げ途中で撤退した入札者のタイプを知ってさらに高い指値

$$x_{1,2}^{A}(\omega_1,\omega_1)\geq x_{1,2}^{II}(\omega_1,\omega_1)$$

分布独立性から非独立（**Affiliation**）へ：大きな政策変化

売り手は情報を積極的に公開すべき

公開される情報に「**Affiliation**」を仮定：
公開される情報が高い値である場合任意の入札者のタイプも高い値である傾向

売り手は入札前に自身の知りうる情報を積極的に公開することによって
入札競争を一層掻き立てることができる：収入アップ！

リザーブ価格の設定は不要

Affiliation の仮定下では、タイプが高いと他の入札者のタイプも高い
競争促進によって、必然的に、高いタイプには高額の支払いが要求できる
そのため、低いタイプが排除されることのデメリットの方が強い

参入入札者数が多く競争が激しい場合
リザーブ価格はほぼゼロに設定すべし

宿題（７）を提出のこと