

2023年11月14日

## 第10章：まとめとオークションの社会実装

### 本章の目的

1. この講義で学んだオークションの理論を振り返る
2. オークションの社会実装についての理解を深める

松島斉：日本経済新聞「経済教室」（2020年10月21日金曜日）「電波オークション実現の先導を評価 ノーベル経済学賞」

松島斉：学士會会報第948号「オークション理論の偉業と未来」2021年（令和三年）5月1日

## オークション研究に与えられたノーベル経済学賞

1996年：ビックリー (Vickrey)

オークションの純粹理論

VCG メカニズム

2007年：ハーヴィッツ (Hurwicz)、マイヤーソン (Myerson)、マスキン (Maskin)

メカニズムデザイン (Partial Implementation, Full Implementation)

オークションの純粹理論：マイヤーソン

表明原理 (Revelation Principle)：マイヤーソン

同値定理 (Revenue Equivalence, ...)：マイヤーソン

収入最大化 (Virtual Valuation)：マイヤーソン

2020年：ミルグロム (Milgrom)、ウィルソン (Wilson)

勝者の呪い (Winner's Curse)

関連性原理 (Linkage Principle)

電波オークション (オークションの社会実装)

SMRA

## 10.1. オークションの純粹理論

- 個人のインセンティブが中心的課題：cf. カルテル問題
- ことなるオークション方式であっても見た目ほどは違いがない（同値定理）
- **VCG** メカニズムは、**Private Values** の仮定下で効率的配分を達成するメカニズムデザイン方法である

表明原理 (Revelation Principle) : 第3章  
マイヤースン (1981)

Incentive Compatible Direct Mechanism (正直が均衡) だけを  
考察すればよい

任意の **Indirect Mechanism** と任意の均衡 (優位戦略、事後均衡、BNE) について  
それらが達成する配分および支払いと同じものを達成できる  
**Incentive Compatible Direct Mechanism**  
が必ず存在する

## VCGメカニズム：第4章

### ビックリー（1969）

- **Private Values** を仮定
- **Dominant Strategy Incentive Compatible (DIC) and Efficient Mechanism**
- 私的財公共財問わずすべての配分問題に適用可能な設計案
- 内部化（**Internalization**）：私的便益と社会的便益の乖離是正
- **Pivot** メカニズム：
  - 参加制約を厳格にみたすVCGメカニズム
  - 自分が参加することによって生じる他者の損失をCPに支払う
  - 自身の利得 = 自身の限界貢献度（**Marginal Contribution**）
  - 二位価格入札を一般化した設計方法

## 同値定理（期待収入、期待利得、期待支払い額）：第6章 マイヤーンソン（1982）

- 分布独立性、連続空間を仮定
- 同じ配分ルールをBNEによって達成するメカニズム同士は（実質的に）同じ期待収入、期待利得、期待支払い額をもたらす
- 私的価値と分布対称性を追加仮定すると、一位価格入札、二位価格入札、せり上げ入札、せり下げ入札はみな共通して効率的配分ルールを達成し、期待収入、期待利得、期待支払い額も同じになる
- 表明原理＋同値定理より、VCGメカニズムよりも期待収入を高める効率的なメカニズムは存在しない。期待収入を高めたいなら効率性をゆがめよ！

## 期待収入最大化：第6章 マイヤーンソン（1982）

- 分布独立性、連続空間を仮定
- 入札者にインセンティブを与えるためには、入札者に情報レントを提供しなければいけない。よって、情報レントを差し引いた残りについての最大化の方法を考えなければいけない。

**Virtual Valuation (MR) = 財評価 — 情報レント**  
**Virtual Valuations の和を最大化する配分ルールを定めよ！**

- 最適入札価額（リザーブ価格）の設定： 期待収入最大化（非効率的配分）
- 一方新規参入促進は収入アップに効果的： 効率的配分を促進  
**Bulow and Klemperer (1996)**

VCGメカニズムや同値定理を中心とした  
純粹理論の問題点：

現実の社会実装に向けた研究としては不十分

**Private Values** に偏重：

**Interdependent Values** は？

個人のインセンティブに偏重：

カルテルは？

VCG は複雑な設計：

わかりやすさへの配慮は？

わかりやすい支払額の決まり方は？

同値定理の現実性：

現実における方式の異なり

→社会実装上必要なのでは？

**One size never fits all**



## 10.2. より社会実装に向けた理論構築

ミルグロム、ウィルソン（2020年ノーベル賞）

### 10.2.1. Interdependent Values：第7章

**Interdependent Values**：品質についての情報非対称性（アカロフのレモン）  
**Correlated Types**：Affiliation、分布非独立

勝者の呪い（Winner's Curse）  
（ウィルソン、69）

- ・ 限定合理的な入札者は過度に熱狂する：非効率な配分
- ・ 合理的な入札者は指値を控える：せりの不活性

## 関連性原理 (Linkage Principle)

(ミルグロム・ウェーバー、82)

### Interdependent Values, Correlated Types

- 異なるオークション方式には実質的な違いがある：cf. 同値定理
- せり上げ入札、二位価格入札、一位価格入札（せりさげ）の順で勝者の呪いを解決しやすく、合理的な入札者を相手にしても期待収入を高めやすい。
- 売り手は品質情報を積極的に公開するべし
- 最低入札価額（リザーブ価格）の設定は収入アップにあまり効果的でないかも

## 10.2.2. わかりやすさの制度設計：第7章

封印入札：**Hypothetical Thinking**

公開型：**Informational Extraction from Observed Data**

せり上げ入札は、一位価格入札や二位価格入札に比べて、  
限定合理的な入札者でも合理的に指値を決めやすい

### 10.2.3. カルテル：第9章

せり上げ、二位価格入札、一位価格入札の順に  
カルテルが起こりやすい  
(勝者の呪いやわかりやすさとは順位が逆…)

## 10.3. 電波オークション：第8章

ミルグロム、ウィルソン（2020年ノーベル賞）

新しいオークション方式をデザイン。社会実装のオークション研究の幕開け

### SMRA (Simultaneous Multi-Round Ascending Auction)

#### 複数ラウンド同時せりあげ入札

複数の異なる財（電波利用免許）について同時に一位価格入札をおこなう  
同時入札を複数ラウンド繰り返す  
全ての財についてせり止まった時点で全オークションを終了

せり上げのメリット（勝者の呪い、わかりやすさなど）をフル活用

一方でカルテル排除のための追加措置が必要（第9章）：

新規参入促進

事前合併分社の禁止

入札者間コミュニケーションの禁止などなど

## SMRAの問題点： パッケージに対する指値ができない

例：Exposure Problem（公表リスク問題、補完性問題）

	A	B	A + B
<b>Bidder 1's Valuation</b>	0	0	1 5 0
<b>Bidder 2's Valuation</b>	1 0 0	1 0 0	1 0 0

SMRAにおいて、入札者1はAとB両方の獲得を狙ってA75B75までせり上げる。  
 一方入札者2はAかBのどちらかを獲得できればいい。  
 入札者2は、次のラウンドでAに対して（のみ）76（<100）を指値する。  
 ここでせりは終了し、入札者2は76円でA、入札者1は75円でBを落札することになる。  
 配分結果は非効率。入札者1は価値ゼロのB単品を75円で買う羽目になる。

**SMRA をやめて**  
**パッケージに対する指値をみとめよう**  
**(パッケージオークション)**

	A	B	A + B
<b>Bidder 1's Valuation</b>	0	0	1 5 0
<b>Bidder 2's Valuation</b>	1 0 0	1 0 0	1 0 0

入札者 1 は「パッケージ A+B に対して 1 5 0 円まで払える。単品はいらない (0 円)」と指値する

入札者 2 は「パッケージ A+B、単品 A、単品 B いずれに対しても 1 0 0 円まで払える」と指値する

売り手 (主催者) は、誰にどのパッケージ (あるいは単品) を配分すればいいかを、勝者余剰最大化問題 (**Winner Determination Problem**) を解いて導く。

- ∴ 入札者 1 にパッケージ A+B を上げるのがベスト (効率的配分!)  
 (価格は 1 0 0 ~ 1 5 0 の範囲内に定められる)

パッケージオークションの例

**Ausubel-Milgrom Ascending Package Auction**

**Ascending Proxy Package Auction**

**Combinatorial Clock Auction**

**Incentive Auction**

.....



## Ausubel-Milgrom Ascending Auction (Krishna, Chapter 17)

- 各ラウンド  $t \in \{1, 2, \dots\}$  において、各入札者  $i \in N$  は任意のパッケージ  $S \subset B$  に対して指値  $b_{i,t}(S)$  を提示する。
- 売り手は指値の総和が最大になるように配分  $a(t) = (a(t)_i)_{i \in N} \in A$  を決定する (Winner Determination Problem) :

$$a(t) \in \arg \max_{a \in A} \sum_{i \in N} b_{i,t}(a_i)$$

- どのパッケージ  $S \subset B$  についても、誰も前のラウンドより高い指値をしなかった場合、つまり

$$b_{i,t}(S) = b_{i,t-1}(S) \text{ for all } S \subset B \text{ and } i \in N$$

ならばセリが終了する。

- 終了時点  $t$  での配分  $a(t)$  が決定され、各入札者  $i$  は  $b_{i,t}(a_i(t))$  を支払う。

## Winner Determination Problem

指値の総和を最大にする配分を見つける計算は一般にとっても難しい

### Computationally Complex, NP-Hard

オークションの社会実装はゲーム理論と計算機科学のコラボに

### Threshold Problem (閾値問題)

指値をめぐってフリーライダー問題が派生することがある

	A	B	A + B
<b>Bidder 1's Valuation</b>	0	0	1 5 0
<b>Bidder 2's Valuation</b>	1 0 0	0	1 0 0
<b>Bidder 3's Valuation</b>	0	1 0 0	1 0

入札者1がパッケージA+Bにたいして142の指値。入札者2はA単品に40。入札者3はB単品に40。

入札者1に勝つには二人合わせて142以上つまり $142 - 40 - 40 = 62$ 以上指値をアップさせないといけない。しかし単独で62円アップすると100をオーバー。

31円ずつアップすればいいが、相手に余計にアップさせたい(フリーライダー問題)。

## Ascending Proxy Package Auction

Threshold Problem 緩和。ただし封印型

- 各入札者は各パッケージに最高指値  $b_i = (b_i(S))_{S \subset B}$  をプロキシー入力する。
- 各ラウンド  $t \in \{1, 2, \dots\}$  において、各入札者  $i \in N$  は (個別の財のみならず) 任意のパッケージ  $S \subset B$  に対して、プロキシーによって、指値  $b_{i,t}(S)$  を提示する。
- 売り手 (オークションニア) は指値の総和が最大になるように配分  $a(t) = (a(t)_i)_{i \in N} \in A$  を決定する: 
$$a(t) \in \arg \max_{a \in A} \sum_{i \in N} b_{i,t}(a_i)$$
- 各ラウンドにて提示される指値  $b_{i,t}(S)$  は、プロキシー入力  $b_i(S)$  を上限とする。  
 $S = a_i(t-1)$  ならば  $b_{i,t}(S) = b_{i,t-1}(S)$ 、つまり変更しない。  
 $S \neq a_i(t-1)$  ならば、上限の範囲内で、微小単位  $\varepsilon > 0$  指値を引き上げる、つまり  $b_{i,t}(S) = b_{i,t-1}(S) + \varepsilon$  とする。
- どのパッケージ  $S \subset B$  についても、誰も前のラウンドより高い指値をしなかった場合、せり終了。
- 終了時点  $t$  での配分  $a(t)$  が決定され、各入札者  $i$  は  $b_{i,t}(a_i(t))$  を支払う。

## Combinatorial Clock Auction (Clock-Proxy Auction)

公開型と封印型を組み合わせたデザイン  
今日の電波オークションにて **SMRA** と二枚看板に

最初に **Ascending Clock Auction**  
情報収集。 **Price Discovery**

次に **Proxy Auction**  
**Package Bids** によって最終決定

## Incentive Auction

(ミルグロム、2018)

テレビ局の持っている UHF 周波数帯を  
テレビ局からより高収益な携帯事業者へ移動  
(Reverse Auction + Forward Auction)

難題： 不完備情報下のバーゲニング（政府赤字）  
法改正の必要性（テレビ局に別の周波数帯と交換可能に）  
電波の割り当ては電波の干渉をともなう：  
電波干渉を防ぐため機械学習を導入したオークション設計

∴ オークションの社会実装は  
ゲーム理論、CS、Algorithm、Machine Learning などの  
学際研究領域にさらに発展（途上）

第 10 章終了  
メカニズムデザイン終了