2023 年 10 月 27 日

第 **6** 章：オークション基礎（１）（続き）

6. 3. 不完備情報下のバーゲニング（交渉）

参考文献：松島経セミ第 １０回

今までのオークションの前提：売り手の財評価に不確実性なし（ゼロ）

本節では
売り手にも私的情報（タイプ）

∴ 売り手にも買い手にも情報レント発生する

6. 3. 1. ウォーミングアップ：
逆オークション（Reverse Auction）

物資調達、工事発注

売り手が入札者になる
買い手（一人）に指値 $\boldsymbol{m_i}$ （$\boldsymbol{m_i}$ 円以上なら売っていい）

売り手 $\boldsymbol{i} \in \boldsymbol{N}$ のタイプ $\boldsymbol{\omega_i} \in [\mathbf{0,1}]$
自分で消費する価値あるいは生産費用

逆オークションでも「一位価格入札、二位価格入札」、「せりあげ、せりさげ」健在
ただしアベコベ注意！

二位価格入札：　一番安い指値の売り手に落札

$$[g(m)=i] \Rightarrow [m_i \leq m_j \text{ for all } j \in N]$$

二番目に安い価格で取引 $\min_{i \in N \setminus \{g(m)\}} m_j$

正直表明が優位戦略、効率的配分達成（普通のオークションと同じ）

一位価格入札：　一番安い指値の売り手が落札

$$[g(m)=i] \Rightarrow [m_i \leq m_j \text{ for all } j \in N]$$

落札者の指値で取引 $m_{g(m)}$

分布対称性下で効率的配分達成（普通のオークションと同じ）

せり上げ入札：　最初に挙手した売り手に落札
一位価格入札と類似（**Think why**）

せりさげ入札：　最後までせりに残った売り手に落札
二位価格入札と類似（**Think why**）

6. 3. 2. 単純な例（分布共通とする）：
売り手一人 $\omega_s \in [0,1]$ 買い手一人 $\omega_b \in [0,1]$

四つのケース：

- ω_s が公共情報の場合：　通常のオークション
- ω_b が公共情報の場合：　逆オークション
- ω_b、ω_s ともに公共情報の場合：　完備情報下のバーゲニング
- ω_b 、ω_s ともに私的情報の場合：　不完備情報下のバーゲニング

・売り手のタイプ ω_s が公共情報の場合：通常のオークション（説明済み）

効率的配分のためには価格を一律 ω_s 円にしないとだめ
よって、買い手に「情報レント」として余剰を全部持っていかれる

∴　効率性を犠牲にして収入（利益）最大化：**Reserve Price** $y \in (\omega_s, 1]$ で売る

$$\max_{y \in [0,1]} \{ y(1 - P(y)) + \omega_s P(y) \}$$

$$\therefore \quad y^* = \omega_s + \frac{1 - P(y^*)}{p(y^*)} > \omega_s$$

（一様分布では）
$$y^* = \omega_s + \frac{1 - \omega_s}{2}$$

・買い手のタイプ ω_b が公共情報の場合：逆オークション

効率的配分のためには価格を一律 ω_b 円にしないとだめ
よって、売り手に「情報レント」として余剰を全部持っていかれる

∴　効率性を犠牲にして利得最大化：**Reserve Price** $r \in [0, \omega_b)$ で買う

$$\max_{r\in[0,1]}(\omega_b - r)P(r)$$

$$\therefore \quad r^* = \omega_b - \frac{P(r^*)}{p(r^*)} < \omega_b$$

（一様分布では）　$r^* = \omega_b / 2$

・ω_b、ω_s ともに公共情報の場合：完備情報下のバーゲニング

交渉問題：逐次交渉（**Sequential Bargaining**）あるいは「コースの定理」

$\omega_b < \omega_s$ 取引不成立

$\omega_b > \omega_s$ ω_b と ω_s の間のどこかで取引価格合意

$\Rightarrow$ 効率的配分が政治的な交渉によって達成

ω_b も ω_s も私的情報だったら？

効率的配分は依然として可能（**by VCG**）

しかし、双方に「情報レント」発生するために
新たな問題が発生する：

「収支均衡不成立（あるいは取引仲介人赤字)」

売り手支払額 ＜ 買い手受取額

(⇒ 赤字避けるため、効率的配分あきらめざるをえないことも)

6. 3. 3. 不完備情報下のバーゲニング (Bilateral Trade)

売り手のタイプ　$\omega_s \in [0,1]$

買い手のタイプ　$\omega_b \in [0,1]$

効率的な BIC 直接メカニズム (g, x)

$$
\begin{aligned}
g(\omega) &= s && \text{if} \quad \omega_s > \omega_b \\
g(\omega) &= b && \text{if} \quad \omega_s < \omega_b
\end{aligned}
$$

総余剰　$\max[\omega_s, \omega_b]$

売り手の参加制約：機会費用 ω_s（私的情報 **Think why**）

$$\omega_s P^b(\omega_s) - E_{\omega_b}[x_s(\omega)] \geq \omega_s \quad \textbf{for all} \quad \omega_s$$

買い手の参加制約：機会費用ゼロ（**Think why**）

$$\omega_b P^s(\omega_b) - E_{\omega_s}[x_b(\omega)] \geq 0 \quad \textbf{for all} \quad \omega_b$$

仲介人の収入：$x_s(\omega) + x_b(\omega)$

収支均衡条件

$$x_s(\omega) + x_b(\omega) = 0 \quad \textbf{for all} \quad \omega \in [0,1]^2$$

期待収支均衡：$E[x_s(\omega) + x_b(\omega)] = 0$

期待収入赤字：$E[x_s(\omega) + x_b(\omega)] < 0$

期待収入黒字：$E[x_s(\omega) + x_b(\omega)] > 0$

収入同値定理より
参加制約みたす VCG mechanism だけを考えればいい

$$x_s(\omega) = -\omega_b + h_s(\omega_b) \qquad \text{if} \quad \omega_s < \omega_b$$
$$x_s(\omega) = h_s(\omega_b) \qquad \text{if} \quad \omega_s > \omega_b$$
$$x_b(\omega) = h_b(\omega_s) \qquad \text{if} \quad \omega_s < \omega_b$$
$$x_b(\omega) = -\omega_s + h_b(\omega_b) \qquad \text{if} \quad \omega_s > \omega_b$$

売り手の参加制約：**VCG**

$$\omega_s P^b(\omega_s) - E_{\omega_b}[x_s(\omega)] = E_{\omega_b}[\max[\omega_s, \omega_b] - h_s(\omega_b)] \geq \omega_s \quad \text{for all} \quad \omega_s$$

(Think why)

買い手の参加制約：**VCG**

$$\omega_b P^s(\omega_b) - E_{\omega_s}[x_b(\omega)] = E_{\omega_b}[\max[\omega_s, \omega_b] - h_b(\omega_s)] \geq 0 \quad \text{for all} \quad \omega_b$$

(Think why)

参加制約みたす VCG mechanism の中で 最も高い仲介人期待収入は？実は赤字！

売り手参加制約みたす VCG メカニズム

$$E_{\omega_b}[\max[\omega_s,\omega_b]-h_s(\omega_b)]\geq\omega_s \quad \text{for all} \quad \omega_s\in[0,1]$$

$$\therefore \quad -E_{\omega_b}[h_s(\omega_b)]\geq\max_{\omega_s\in[0,1]}[\omega_s-E_{\omega_b}[\max[\omega_s,\omega_b]]]=0 \quad \text{(Think why)}$$

$$\therefore \quad \boxed{E_{\omega_b}[h_s(\omega_b)]\leq 0}$$

買い手参加制約みたす VCG メカニズム

$$E_{\omega_s}[\max[\omega_s,\omega_b]-h_b(\omega_s)]\geq 0 \quad \text{for all} \quad \omega_b\in[0,1]$$

$$\therefore \quad -E_{\omega_s}[h_b(\omega_s)]\geq-\min_{\omega_b\in[0,1]}[E_{\omega_s}[\max[\omega_s,\omega_b]]]=-E[\omega_s] \quad \text{(Think why)}$$

$$\therefore \quad \boxed{E_{\omega_s}[h_b(\omega_s)]\leq E[\omega_s]}$$

ところが…

$$
\begin{aligned}
&E[x_s(\omega)+x_b(\omega)] \\
&= -E[\max[\omega_s,\omega_b]] + E[h_b(\omega_s)] + E[h_s(\omega_b)] \\
&\leq -E[\max[\omega_s,\omega_b]] + E[\omega_s] \\
&= -E[\max[0,\omega_b-\omega_s]] < 0 \text{ ！}
\end{aligned}
$$

期待収入は赤字！

赤字対策

（ただしいつでもうまくいくわけではない）：

１）プラットホームビジネス（**Net Auction, B2B, S2B…**）
　タイプが決まる前にあらかじめ登録料徴収

２）あらかじめタイプを調査して不確実性減らしておく

$$\omega_s \in [0, 1/3],\ \omega_b \in [2/3, 1]$$

$\Rightarrow$ $1/3$ 円で買い取って $2/3$ 円で売却

例：**Incentive Auction**（**USA**）
現状の収益を調べてからＵＨＦ帯をテレビ局から買い取る（逆オークション）
次に携帯業者に売却（通常オークション）

３）効率性をあきらめる

6. 4. オークションとリスク態度

Quasi-Linearity（準線形性）：所得効果ゼロ（部分均衡分析のときの仮定）

$$U_i(a,t_i,\omega)=W_i(v_i(a,\omega)-t_i,\omega)$$

Additional Assumption: $W_i(y,\omega)$ **is independent of state** ω

$$W_i(y)\equiv W_i(y,\omega)\ \text{ for all }\ \omega$$

リスク回避的：$W_i(\cdot)$ は凹関数

リスク回避的な入札者

リスク回避的な入札者は
「低利得＋高落札確率」を「高利得＋低落札確率（リスキー）」
より好む

一位価格入札の場合：

リスク中立的な入札者よりも指値を高くする傾向
（低利得＋高落札確率を追及）
⇒　売り手収入アップ

二位価格入札の場合：

リスク態度に関係なく「正直」が優位戦略
⇒　売り手収入かわらず

∴　入札者がリスク回避的である場合
対称性の仮定下でも、売り手は
「一位価格入札」の方を「二位価格入札」
より好む

＊入札者はどっちが好き？
一位価格入札の方が落札価格高い
二位価格入札の方が落札価格ばらつく

リスク回避的な売り手

（入札者はリスク中立的、分布対称性を仮定）

売り手の期待収入は「一位価格入札」と「二位価格入札」で一致

しかし、二位価格入札の方がより不確実な支払金額

∴　リスク回避的な売り手は
「一位価格入札」の方を「二位価格入札」より好む

タイプ ω_i の入札者 i が勝者の場合：

「一位価格」での支払額は一意に確定：　$\boldsymbol{E[\max_{j\neq i}\omega_j \mid \max_{j\neq i}\omega_j \leq \omega_i]}$

「二位価格」での支払額は不確実：　$\boldsymbol{\max_{j\neq i}\omega_j}$

第 6 章終わり

宿題（６）を提出すること