

2023年11月7日

第8章：オークション（応用編）（続き）

8.2. Multi-Object (Multi-Item) Auction (1): Position Auction (Krishna Ch.17-2)

複数のことなる財をオークションで売却する

重要な2ケース：**Position Auction**：

類似の財。優劣はつきり

Single-Object Demand

スポンサードサーチ・オークション

Combinatorial Auction：

バラエティー豊富、複雑

Package (Multi-Object) Demand

電波オークション

効率的配分の達成：

VCG メカニズム！

しかし **VCG** を現実につかうには修正必要かも
Direct 「あなたのタイプは？」（馬鹿げた質問）

⇒

現実のルールは？

使いやすそうな「**Indirect, Open-bid, Ascending**」
の新しいプロトコル・デザイン模索も必要

Position Auction: 検索連動型広告（スポンサードサーチ）オークション グーグル台頭時期の収入源はほぼすべてこの広告収入！

約395,000,000件
検索ツール

Q [花イラスト](#) [花キュービット](#) [花言葉](#) [誕生日花](#) [花燃ゆ](#) [花は咲く](#) [あの花](#) で検索

花に関連した広告

[お花の宅配サービス / 花の贈り物 | flowergift.co.jp](#)
[www.flowergift.co.jp/](#)
お急ぎ便対応の**花ギフト**、即日**花**発送対応**花**の着日指定OK、新鮮な**花**を宅配します
お祝いに★胡蝶蘭宅配 - 誕生日 / お花の贈り物 - 豪華にピンク百合花束

[季節の花300](#)
[www.hana300.com/](#) - キャッシュ
季節の**花** 300. 摩耶蘭 (まやらん) 初秋の頃、ひよるひよると伸びてきて開花♪ 萩 すずき 稲 菫蘭 玉スダレ 彼岸花 金木犀 コスモス もみじ. 2015. 9. 8 更新♪ 解説・使い方 更新情報 当サイトでは、皆さんに「ひととき、**花**が楽しめる空間」を提供しています。
6月 - 「5月」の花 (1) - あ行 - か行

[花の画像 \(128,000,145件\)](#) - Yahoo!検索 (画像)

花の画像 (128,000,145件) - Yahoo!検索 (画像)

広告

[お花を宅配 / 全国送料無料](#)
[www.eflora.co.jp/](#)
AM10時迄のお申込で当日中に配達！
10,000点から選べるお花ギフト

[《日比谷花壇》お花のギフト配達](#)
[www.hibiyakadan.com/](#)
専属デザイナー監修の高品質フラワーギフト。インターネット限定商品も

[送料無料でお花を翌日に花ギフトを配達](#)
[www.flowerfarm.co.jp/](#)
低価格で気軽に贈れる**花ギフト**が豊富。
誕生日などあらゆる目的に選べる**花ギフト**

[（全国発送）お花の宅配](#)
[www.biz-hana.com/](#)
全国の優秀な生産者より直送、追加料金なしの安心お花販売

[アマゾン 花](#)
[www.amazon.co.jp/](#)

検索結果画面ごとに複数の広告バナー（ポジション）：優劣あり。優劣は広告主で共通
ネットユーザーが広告バナーをクリックするたびに、広告主は検索エンジンにお金を払う
「オークション」によって広告バナーを広告主に割り当てている
広告主はいつでも参入退出できる
ワードごとに、随時頻繁にオークションをしている
検索ユーザーのタイプにあわせて広告の割り当ての仕方を変えることもできる

膨大なワード、膨大なユーザー：膨大な広告収入！

スポンサードサーチ・オークションの基本形 Generalized Second Price Auction (GSP)

封印入札

M 箇所の広告バナー。各広告バナー $m \in \{1, \dots, M\}$ の期待クリック数は α_m

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_M > \alpha_{M+1} = \alpha_{M+2} = \dots = \alpha_n = 0$$

$n > M$ 人の入札者。入札者 $i \in \{1, \dots, n\}$ の1クリック当価値は $\omega_i \in [0, \infty)$

各入札者 i は1クリック当指値 $b_i \in [0, \infty)$ を表明

1番高い指値の入札者が一番クリックされやすい広告バナー獲得、2番目が2番目にクリックされやすいバナー獲得、以下同様…

$$[b_i > b_j] \Rightarrow [g_i(b) < g_j(b)], \quad g_i(b) \text{ は } i \text{ のポジション}$$

1番の入札者は2番の指値をクリックの都度払う、2番の広告主は3番の指値をクリックの都度払う、3番の広告主は4番の指値をクリックの都度支払う、以下同様…

$$x_i(b) = \alpha_{g_i(b)} b_j, \text{ where } g_j(b) = g_i(b) + 1.$$

入札者 i の利得：

$$\alpha_{g_i(b)} (\omega_i - b_j), \text{ where } g_j(b) = g_i(b) + 1.$$

GSP にて単調増加かつ対称な **BNE** $s^* = (s_i^*)$ を考えよう

効率的配分が達成 (**Think why**)

正直表明 ($s_i^*(\omega_i) = \omega_i$) は成立しない。 **GSP** は **VCG** メカニズムではない (**Think why**)

しかし同値定理より、 **VCG** メカニズムと同じ期待利得、同じ期待支払い、同じ期待収入が達成される (**Think why**)

s^* の導出は省略。(同値定理より **VCG** から導くことができる. **Think why**)

8.2 の後半 (以下) においては、 **GSP** とは別のルール (**Pivot** メカニズム、 **Generalized English Auction**) の紹介と比較 (同値定理)

スポンサードサーチにおける「Pivot メカニズム」

$$x_{\mu(h,\omega)}(\omega) = \sum_{k=h}^M (\alpha_k - \alpha_{k+1}) \omega_{\mu(k+1,\omega)}$$

効率的配分にしたがって

入札者 i が Position h を獲得（ここで $i = \mu(h,\omega)$ と記す）

解釈

入札者 $i = \mu(h,\omega)$ がいなければ、入札者 $j = \mu(k+1,\omega)$ ($k \geq h$) は Position $k+1$ ではなく Position k を獲得できたはず

$\therefore (\alpha_k - \alpha_{k+1}) \omega_j$ の損失発生

「この損失分を支払え」 (by VCG)

Pivot メカニズムを
せり上げ (Clock Auction) で実現させたい：
Ascending Auction a la Ausubel Mechanism

- 一クリック当価格をゼロ円からせり上げる
- 丁度 $n - M$ 人目が退出し M 人が残った時点の価格を $p(M)$ とする。この段階で残っている各入札者は全員、クリック数 α_M を $p(M)\alpha_M$ 円で確保

以下、任意の $m \in \{1, \dots, M - 1\}$ について同様に…

- 丁度 $n - m$ 人目が退出し m 人が残った時点の価格を $p(m)$ とする。この段階で残っている各入札者は全員、追加のクリック数 $\alpha_m - \alpha_{m+1}$ を $p(m)(\alpha_m - \alpha_{m+1})$ 円で確保

正直表明が優位戦略になる！ (Think why)

別のせり上げ方式：Generalized English Auction (GEA)

- 一クリック当価格をゼロ円からせり上げる
- 丁度 $n - M$ 人目が退出し M 人が残った時点の価格を $p(M)$ とする。 M 人以外は Position もらえない。
- 丁度 $n - M + 1$ 人目が退出し $M - 1$ 人が残った時点の価格を $p(M - 1)$ とする。 $n - M + 1$ 人目の退出者は Position M を $p(M)\alpha_M$ 円で獲得する

以下、任意の $m \in \{1, \dots, M - 1\}$ について、同様に…

- 丁度 $n - m$ 人目が退出し m 人が残った時点の価格を $p(m)$ とする。 $n - m$ 人目の退出者は Position $m + 1$ を $p(m + 1)\alpha_{m+1}$ 円で獲得
- 最後まで残った入札者は Position 1 を $p(1)\alpha_1$ 円で獲得

GEA はプレイしやすい、わかりやすい！

入札者はどのタイミングで退出するべきかととても判断しやすい

すでに $n - m$ 人が退出している時には確実に **Position m** を $p(m)\alpha_m$ 円で購入できる

ならば、さらに

$$(\omega_i - p)\alpha_{m-1} = \{\omega_i - p(m)\}\alpha_m$$

つまり

$$p = \omega_i - \frac{\alpha_m}{\alpha_{m-1}} \{\omega_i - p(m)\} \text{円 } (> p(m))$$

になるまで、せりに留まればよい (**Think why**)

上の行動パターンは事後均衡になっていて、しかも
Pivot mechanism と同じパフォーマンスを生み出す！

8. 3. Multi-Object (Multi-Item) Auction (2): Combinatorial (Package) Auction

Set of Items (objects, commodities)

B

$$a = (a_1, \dots, a_n) \in A$$

$a_i \subset B$: Package of commodities

各入札者 i はパッケージ $a_i \subset B$ を獲得

$$a_i \cap a_j = \phi \text{ for } i \neq j$$

$$\therefore A \equiv \{a = (a_1, \dots, a_n) \mid a_i \subset B, a_i \cap a_j = \phi \text{ for } i \neq j\}$$

Combinatorial (Package) Auction

「多様な財のパッケージ」を各入札者に配分：複雑なオークション問題

独立財

非独立財： 代替財（コーヒーと紅茶）

補完財（コーヒーと砂糖）

代替補完、スケールメリットデメリット：入札者ごとにことなる

cf. Position Auction:

各入札者に一つかゼロのポジション割当

8.3.1. 例：電波オークション

SMRA (Simultaneous Multi-Round Ascending Auction)

1994年ゲーム理論家 (Milgrom, McAfee, Wilson, Plott) が設計
2020年ノーベル賞

おびただしい数の周波数免許を同時に「封印入札」(一位価格入札)

これを複数ラウンド繰り返す

各ラウンド各免許について最高値の入札者を「暫定落札者 (Provisional winners)」とする

ラウンドを繰り返してせり上げていく

全免許でせり上げが停止したら終了

SMRA (Simultaneous Multi-Round Ascending Auction)

- 「裁定 (Arbitrage)」による競争原理の活用

安めの免許が次のラウンドでせり上げられる
⇒ よりほしがっている企業に落札可能に
(同じような免許は同じような価格になる)

- **Price Discovery 促進、Winner's Curse など阻止**

SMRA 導入当初せり上げ競争過熱により高額の国庫収入も

Big Auction

400億ドル以上（事前予想は100億ドル以下）

当時は賛否さまざまだった：

「まだ見ぬ携帯ビジネスの正体はオークションによって白日の下にさらされた」

「いやいやITバブルだ」

SMRA および電波オークションについての更なる考察は

第9章、第10章

Combinatorial Allocation Problem

インセンティブ、参加制約、効率性、収入
その他にも克服すべきポイントはたくさん

Product Design	取引される財をどう設計すべき？
Cartel	談合させたくない
Pre-Auction Distortion	非効率な合併、分社によって競争制限
Post-Auction Default	事業開始前に倒産
Post-Auction Competition	配分後市場競争は過熱？停滞？
Entry Deterrence	オークションへの参加をじゃまするな
Political Pressures	既存企業が既得権益を主張
Anti-Trust Act	正しく実行されるか？
Finance	分割支払い、 Deposit 、債務不履行
.....	

全ては両立しえない：妥協点を探す必要あり、配分問題さらに複雑化

政府がすべきオークションはどんどん複雑化 (日本はついていけない)

周波数オークション： 携帯事業周波数利用免許を割り当てる

インセンティブオークション：

テレビ局から UHF を買い取り携帯業者に売却

電力オークション： リアルタイム、デリアヘッド、容量市場

空港スロット配分： 羽田成田、LCC、高中低需要路線、国際線国内線
IATA Rule

様々な要求項目

⇒

One-Size-Fit-Allなルールは存在しない

状況に即して、きめ細かいルール設計が大事

専門的知識が必要

第8章終わり

宿題（8）を提出せよ