

第12章：ゲーム理論と寡占 (1)

- 初級： 松島： ゲーム理論はアート
Osborne and Rubinstein： Chapters 15 and 16
- 中級： **Tadelis (2013)： Game Theory-An Introduction, Princeton U. Press.**
Mas-Colell, Whinston, and Green (1995)： Microeconomic Theory, Oxford U. Press,
Capters 7, 8, and 9.
- 上級： **Fudenberg and Tirole (1993)： Game Theory, MIT Press**
Osborne and Rubinstein (1994)： A Course in Game Theory, MIT Press

12.1. ゲーム理論とはなにか？

12.1.1. 個人の意思決定と社会的決定

- 意思決定理論： 一人の意思決定主体
1 経済主体が選択肢集合から選択する
消費者行動、生産者行動
- 社会的決定： 複数の意思決定主体
分権的決定（ cf. 独裁制）
複数経済主体の分権的決定によって社会的決定が定まる
市場均衡における配分決定

3

配分問題：

社会の問題の代表格

社会の構成員の集合（プレイヤー集合） N

配分集合 A （「山田さんにはバナナ 2 本、村上さんにはミカン 4 個...」）

配分集合から社会的決定として配分 $a \in A$ を選択

各プレイヤー $i \in N$ の選好（効用関数） $U_i : A \rightarrow R$

分権的決定メカニズム (S, g) ：

各プレイヤー $i \in N$ は選択肢（戦略）集合から選択 $s_i \in S_i$

配分ルール $g : S \rightarrow A$ を通じて配分 $a = g(s) \in A$ が社会的に決定される $(s = (s_1, s_2, \dots, s_n) = (s_i)_{i \in N})$

前述の例：市場メカニズム

プレイヤー $i \in N$ の効用は $U_i(g(s))$ に定まる

12.1.2. 戦略的相互依存

配分問題（社会の問題）において
各プレイヤーの効用は他のプレイヤーの選択行動に影響される
(効用 $U_i(g(s))$ は s_i のみならず $s_{-i} = (s_j)_{j \in N \setminus \{i\}}$ にも依存しうる)
市場メカニズム：超過需要、超過供給、需給均衡

配分問題（社会の問題）の本質はこのような
「戦略的相互依存」の関係にある

経済主体は戦略的相互依存を読み解くことで
最適選択を決定することができる

例： 私は左側通行している： しかし他の人が右側通行なら危ない
実際他の人は右側通行のようだ： ならば私も右側通行に変えよう

12.1.3. 配分問題からゲーム理論へ

ゲーム理論は 戦略的相互依存を解明するための応用数学

- 相手がどのように行動するか
 - 相手がどのように反応するか
 - これらを「相手の立場に立って」戦略的に考える
- ⇒ 自身にとって最適な行動はなにかが見えてくる
この相互依存に（のみ）フォーカスをあてて考察しよう！

配分問題： プレーヤーの効用は配分によって決まる
配分は分権的決定を通じて決まる
戦略的相互依存： プレーヤーの効用は（配分決定を
通じて）他のプレーヤーの選択行
動に影響される

ゲーム理論は
配分問題に潜む戦略的相互依存を
数理的に解明する分析道具

ゲーム理論の誕生は 1944 年

今日では、社会などの広範囲の問題解決のための共通の基礎理論
（経済学、政治学、法学、生物学、教育学、CS、...）

寡占市場：ゲーム理論の重要な応用分野の一つ

12.1.4. ゲーム理論の分析方法

ゲーム表現：

戦略的相互依存をゲームと呼ばれる数理モデルに定式化
プレイヤー（経済主体）が戦略的相互依存をどのように知覚しているかの記述

代表的な表現形式

標準形ゲーム：	本章
展開形ゲーム：	次章
ベイジアンゲーム（不確実性下のゲーム理論）：	本郷で

均衡分析：

プレイヤーの戦略的行動を均衡状態として記述
複数の経済主体の意思決定問題が同時に解かれている

ゲーム理論をつかうとどんなことがわかるか？

競争、社会的ジレンマ、**Coordination Failure**
協調、暗黙の協調、コミットメント、…

チェスや将棋などのテーブルゲームとどこが違う？

ゲームのルールを社会の問題の本質を理解するために定式化
(cf. ゲームをして楽しい、面白いルール)
プレイヤーの行動を均衡によって説明する
(cf. 最善手がわからないので将棋の定石を学ぶ)
ゲームのルールは単なるルールブックではない

12.2. 標準形ゲーム

ゲーム理論のモデルの基本的な表現形式

プレイヤーはだれ？

各プレイヤーが選択できる戦略は？

各プレイヤーの利得はどのように決まる？

(N, S, u)

プレイヤー集合 N 、戦略プロファイル集合 S 、利得（効用）関数プロファイル u

$N = \{1, \dots, n\}$

プレイヤー集合

$S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$

S_i

プレイヤー $i \in N$ の戦略集合

$s_i \in S_i$

S

戦略プロファイル集合

$s = (s_1, \dots, s_n) \in S$

$u = (u_1, \dots, u_n)$

利得（効用）関数プロファイル

$u_i : S \rightarrow R$

プレイヤー $i \in N$ の利得（効用）関数

各プレイヤーは戦略的相互依存の在り方を
標準形ゲーム (N, S, u) としてとらえる

戦略的相互依存の重要ポイント：

各プレイヤーの利得 $u_i(s)$ は
自身の戦略 s_i のみならず
他のプレイヤーの戦略プロファイル $s_{-i} = (s_j)_{j \in N \setminus \{i\}} \in S_{-i} \equiv \prod_{j \in N \setminus \{i\}} S_j$
にも依存しうる

配分問題： $(N, A, (U_i)_{i \in N})$

分権的決定メカニズム： (S, g)

標準形ゲーム： $(N, S, (u_i)_{i \in N})$

配分問題における社会的決定を
標準形ゲームによって表現すると.....

$$u_i(s) = U_i(g(s))$$

(N と S は共通)

12.3. 標準形ゲームのマトリックス表現

プレイヤーが二人、戦略集合が有限集合の場合
標準形ゲームをマトリックス（行列）で表現できる（便利）

		プレイヤー 2									
		e		f		g		h		k	
プレイヤー 1	a	19	20	-8	12	123	6	56	-23	4	8
	b	90	16	24	77	12	99	54	92	44	44
	c	34	86	123	78	-6	-57	-4	-129	12	13
	d	78	54	24	-9	-8	-8	-12	-13	68	48

数字は効用（利得）を表す

期待効用の仮定：

ベルヌーイ効用関数 $u: S \rightarrow R$

12.3.1. Prisoners' Dilemma (囚人のジレンマ)

社会的ジレンマ (1) : 負の外部性、公害、.....

	c	d
c	1 1	-1 2
d	2 -1	0 0

12.3.2. Matching Pennies

社会的ジレンマ (2) : ゼロサムゲーム (2×2)

PK戦

テロリスト対政府 (空港警備)

プレイヤー1 : キーパー (政府)

プレイヤー2 : キッカー (テロリスト)

	L	R
L	1 -1	-1 1
R	-1 1	1 -1

Milind Tambe “Security and Game Theory”, 2011

Algorithmic Game Theory を空港テロ対策に応用 (2007～)

「ゲーム理論はアート」第2章

確率的な予想形成 : 相手は「確率 p で L、 $1-p$ で R」

12.3.3. グーチョキパー

社会的ジレンマ (3) : ゼロサムゲーム (3×3)

	グー	チョキ	パー
グー	0 0	1 -1	-1 1
チョキ	-1 1	0 0	1 -1
パー	1 -1	-1 1	0 0

確率的な予想形成 :

相手は「確率 p でグー、 q でチョキ、 $1-p-q$ でパー」

12.3.4. Coordination Game (調整ゲーム)

社会的調整： 左側通行？右側通行？

	L	R
L	1 1	0 0
R	0 0	1 1

12.4. ゲーム理論におけるパレート効率性

標準形ゲーム (N, S, u) における
パレート効率的な戦略プロファイル $s \in S$ とは :

**There exists no $s' \in S$ such that
 $u(s') \neq u(s)$ and $u(s') \geq u(s)$.**

(全員についてパレート改善されるような別の戦略プロファイルが存在
しない戦略プロファイル)



配分ではなく「戦略プロファイル」についてパレート効率性が定義されることに注意

パレート効率性は戦略行動の重要な評価基準：
しかし実際の戦略行動がパレート効率的になるとは限らない

パレート効率性の例

囚人のジレンマ

	c	d
c	1 1	-1 2
d	2 -1	0 0

Matching Pennies

	L	R
L	1 -1	-1 1
R	-1 1	1 -1

グーチョキパー

	グー	チョキ	パー
グー	0 0	1 -1	-1 1
チョキ	-1 1	0 0	1 -1
パー	1 -1	-1 1	0 0

Coordination Game

	L	R
L	1 1	0 0
R	0 0	1 1

12.5. 均衡概念

各プレイヤーはゲームをどのようにプレイするか？

標準形ゲームにおける代表的な均衡概念：

優位戦略

ナッシュ均衡

均衡概念を理解するためのポイント：

- | | |
|-----------------------------|----------------------------------|
| プレイヤーは 合理的 にふるまう： | 自身の利得を最大化したい |
| プレイヤーは 知識 を活用する： | ゲームのルールについての知識
相手も合理的であることを考慮 |
| 経験や慣習 (社会性) を考慮する： | 左側通行？右側通行？ |

12.5.1. 優位戦略 (Dominant Strategy)

囚人のジレンマ

	c	d
c	1 1	-1 2
d	2 -1	0 0

仮説的思考 (反実仮想) : 相手の選択がわからないので仮説を立てて考えてみる :
 相手が c の場合 $2 > 1$ d を選択した方が得
 相手が d の場合 $0 > -1$ d を選択した方が得
 ⇒ 相手の選択に関係なく d がベストであることがわかる
 (優位戦略)

囚人のジレンマの意味 : 優位戦略プロファイルは (d, d) である
 しかしパレート効率的でない
 (c, c) は (d, d) からのパレート改善になる
 しかし (c, c) はこのままではプレイされそうにない...

ゲームのルールを変えることによって (c, c) が実現できるかもしれない
 (どうやって? : 後述)

優位戦略の定義

[相手の戦略に無関係に s_i がベスト] \Leftrightarrow [プレイヤー i にとって s_i は優位戦略]

任意の標準形ゲーム (N, \mathcal{S}, u) において
プレイヤー $i \in N$ の戦略 $s_i \in \mathcal{S}_i$ は、以下の条件をみたす時、優位戦略である：

$$\begin{aligned} &\text{For every } s'_i \in \mathcal{S}_i \setminus \{s_i\}, \\ &u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i}) \text{ for all } s_{-i} = (s_j)_{j \in N \setminus \{i\}} \in \mathcal{S}_{-i} \equiv \prod_{j \neq i} \mathcal{S}_j, \text{ and} \\ &u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i}) \text{ for some } s_{-i} \in \mathcal{S}_{-i}. \end{aligned}$$

劣位戦略の定義

任意の標準形ゲーム (N, \mathcal{S}, u) において
プレイヤー $i \in N$ の戦略 $s_i \in \mathcal{S}_i$ は、以下の条件をみたす時劣位戦略である：

$$\begin{aligned} &\text{There exists } s'_i \in \mathcal{S}_i \setminus \{s_i\} \text{ such that} \\ &u_i(s'_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i}) \text{ for all } s_{-i} \in \mathcal{S}_{-i}, \text{ and} \\ &u_i(s'_i, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i}) \text{ for some } s_{-i} \in \mathcal{S}_{-i}. \end{aligned}$$

優位戦略や劣位戦略はいつも存在するわけではない
 以下のゲームには優位戦略も非劣位戦略もない) **Think why.**

Matching Pennies

	L	R
L	1 -1	-1 1
R	-1 1	1 -1

ゲーチョキパー

	ゲー	チョキ	パー
ゲー	0 0	1 -1	-1 1
チョキ	-1 1	0 0	1 -1
パー	1 -1	-1 1	0 0

Coordination Game

	L	R
L	1 1	0 0
R	0 0	1 1

12.5.2. 劣位戦略逐次消去

	L	R
T	0 10	1 0
B	2 2	3 4

プレイヤー1にとってTは劣位戦略 → プレイヤー1はB（優位戦略）を選択する
 しかしプレイヤー2には劣位戦略が存在しない。しかし.....

プレイヤー1は合理的なのでTを選択しない：

Tを消去

→ プレイヤー2は「合理的なプレイヤー1はBを選択する」と予想

→ Tではないことを前提するならば、プレイヤー2にとってLは劣位：

Lを消去

→ プレイヤー2はRを選択する

∴ 戦略プロファイル (B, R) がプレイ

12.5.3. 最適反応 (Best Response)

各プレイヤーは相手プレイヤーの戦略について
なんらかの予想を立てて
その予想に対して最適になる戦略をプレイする

最適反応戦略の定義

標準形ゲーム (N, S, u) において、プレイヤー i の戦略 $s_i \in S_i$ が「他プレイヤーの特定の戦略プロファイル $s_{-i} \in S_{-i}$ に対して最適反応 (Best Response)」であるとは他のプレイヤーが $s_{-i} \in S_{-i}$ をプレイする場合、プレイヤー i にとって s_i がベストであること：

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i}) \text{ for all } s'_i \in S_i \setminus \{s_i\}.$$

予想が異なれば最適反応戦略も異なりうる点に注意！

25

Matching Pennies : プレーヤー2にとってLに対してはRが最適反応、Rに対してはLが最適反応
 プレーヤー1にとってLに対してはLが最適反応、Rに対してはRが最適反応

	L	R
L	1 -1	-1 1
R	-1 1	1 -1

ゲーチョキパー : ゲーに対してはパー、パーに対してはチョキ、チョキに対してはゲー

	ゲー	チョキ	パー
ゲー	0 0	1 -1	-1 1
チョキ	-1 1	0 0	1 -1
パー	1 -1	-1 1	0 0

Coordination Game : Lに対してはL、Rに対してはR

	L	R
L	1 1	0 0
R	0 0	1 1

Prisoners' Dilemma : d (優位戦略) は相手プレイヤーの戦略のいずれに対しても唯一の最適反応

	c	d
c	1 1	-1 2
d	2 -1	0 0

12.5.4. ナッシュ均衡

例 : Coordination Game (左側通行、右側通行)

	L	R
L	1 1	0 0
R	0 0	1 1

衝突を経験 → 予想を修正し戦略をかえるかも

我々の社会では右側通行 (あるいは左側通行) が慣習

→ 相手は慣習に従うという「社会性」を根拠に予想

→ (RR) (あるいは (L,L))

ナッシュ均衡の定義

「正しい予想」 + 「最適反応」

標準形ゲーム (N, S, u) において戦略プロファイル $s \in S$ は以下の条件をみたす時ナッシュ均衡である：

$$\text{For every } i \in N, \\ u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i}) \text{ for all } s'_i \in S_i$$

各プレイヤーにとって s_i は s_{-i} に対する最適反応になっている



このナッシュ均衡の定義を正しく理解することが
本章の最大の注意ポイント！

12.5.5. マトリックスによるナッシュ均衡分析

Hawk-Dove Game (タカハトゲーム、チキンゲーム)

	Dove	Hawk
Dove (和平)	3 3	1 4
Hawk (好戦)	4 1	0 0

交渉問題 (価格、賃金、外交...) : 平和的? 好戦的?
人間社会、動物社会も (餌の取り合い)

ナッシュ均衡 :
二つのナッシュ均衡 :
(Hawk, Dove)、(Dove, Hawk)
これらは非対称なナッシュ均衡 :
Labeling (東から餌に、西から餌に)

対称なナッシュ均衡は? : 混合戦略ナッシュ均衡
「Dove 0.5, Hawk 0.5」相互に期待効用最大化
混合戦略はゲーム理論の重要! 概念 (本郷にて...)

Stag-Hunt Game (鹿狩りゲーム)

	Hare	Stag
Hare (うさぎ)	1 1	1 0
Stag (しか)	0 1	1.5 1.5

社会的協力 :

二つのナッシュ均衡 :

非協力関係 (Hare, Hare)

協力関係 (Stag, Stag)

協力すると鹿が捕れる

一人で鹿に挑むと怪我する

どっちが実現される？

「パレート優位性」と「リスク優位性 (やや特殊な概念)」

協力関係 (Stag, Stag) の方がパレート優位

非協力関係 (Hare, Hare) の方がリスク優位 :

(Hare, Hare) : 相手が Hare でなく Stag だったら 0.5 の後悔

(Stag, Stag) : 相手が Stag でなく Hare だったら 1 の後悔

(ナッシュ均衡が複数存在すると、どれが実現するかははっきりしないことがおこる)

Bank Run (銀行取り付け、金融危機)

預金者1 預金者2は各々銀行に預金 (15 (×100万円) ずつトータル30) している
 銀行は預金を企業に貸し出す。後に各預金者に利子1を支払う
 銀行の金庫には少額 (20) が保管

途中で預金を全額引出されると応じられない。企業に貸し出し継続できなくなる
 → 銀行取り付け騒ぎ、金融危機へ

	預金全額引き出す	引き出さない
預金全額引き出す	10 10	15 5
引き出さない	5 15	16 16

二つのナッシュ均衡： (全額引き出す、全額引き出す)： 取り付け
 (引き出さない、引き出さない)： 安定した金融システム

(このようにナッシュ均衡が複数存在すると、どれが実現するかははっきりしないことがおこる)

Battle of Sexes

		男性	
		ラブコメ	ホラー
女性	ラブコメ	2 1	0 0
	ホラー	0 0	1 2

二つのナッシュ均衡：

(ラブコメ、ラブコメ)： 女性上位のカルチャー (?)

(ホラー、ホラー)： 男性上位のカルチャー (?)

Matching Pennies (ゼロサム、PK、テロ)

	L	R
L	1 -1	-1 1
R	-1 1	1 -1

混合戦略ナッシュ均衡が存在：
お互いに「確率 $\frac{1}{2}$ でLを選択」 **Think why.**

ナッシュ均衡をきちんと理解せよ！

標準形ゲーム (N, S, u) において戦略プロファイル $s \in S$ は
以下の条件をみたす時ナッシュ均衡である：

$$\text{For every } i \in N, \\ u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i}) \text{ for all } s'_i \in S_i.$$

各プレイヤー $i \in N$ は他のプレイヤーの戦略について正しく予想：「相手は s_{-i} を選択するだろう」

各プレイヤー $i \in N$ は正しい予想 s_{-i} に対して最適反応を選択： s_i が s_{-i} に対する最適反応

*よくある勘違い

		男性	
		ラブコメ	ホラー
女性	ラブコメ	2 1	0 0
	ホラー	0 0	1 2

希望的観測： 男性「ホラー映画にしよう。彼女もきっとそうするに違いない」

正しいナッシュ均衡の理解： 男性「彼女はホラーを選ぶだろう。ならば私もホラーを選ぶのがいい」
女性「彼はホラーを選ぶだろう。ならば私もホラーを選ぶのがいい」

12.6. ゲーム理論による寡占（複占）市場分析

限られた数の企業が戦略的相互依存関係にある
(2 企業の場合は複占と呼ぶ)

様々な局面において競争や協調
(価格、数量、**R&D** 投資、広告,...)

ゲーム理論の役割：

比較的単純なモデルの分析から出発して
寡占の戦略的相互依存の本質をとらえる

多様なモデル

代表的な寡占モデル：

クールノー数量競争

ベルトラン価格競争

12.6.1. クールノー複占（数量競争モデル）

企業 1 と企業 2 が同質財供給 :	企業 1 の供給量 (戦略)	$s_1 = q_1 \in [0,1)$
	企業 2 の供給量 (戦略)	$s_2 = q_2 \in [0,1)$
	$q_1 + q_2$ が市場に供給される	
需給均衡価格で取引 :	需要関数	$d : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$
	逆需要関数	$p : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$
	需給均衡	$d(p) = q_1 + q_2$
	需給均衡価格	$p = p(q_1 + q_2)$
	両企業とも同じ価格	
企業 $i \in \{1,2\}$ の収入	$p(q_1 + q_2)q_i$	
企業 $i \in \{1,2\}$ の生産費用	$c_i : [0,1) \rightarrow [0, \infty)$	
企業 i の利潤 (利得)	$u_i(q_1, q_2) = p(q_1 + q_2)q_i - c_i(q_i)$	

クールノーの市場観：数量競争

「供給（生産）量決定」が先 → 「価格決定」は需給均衡で

まず各企業は同質財を生産し市場に供給する（数量が戦略）

供給が決定された後、価格決定は市場にゆだねられる

価格を通じて需要量が調整され、供給と一致（需給均衡均衡価格で取引）

現実には当てはまりの良い市場、そうでない市場がある

cf. 注文生産（ベルトランモデル）：先に価格を設定 → 注文に応じて生産

標準形ゲーム (N, S, u)

$$N = \{1, 2\}, S_1 = S_2 = [0, 1], q_i = s_i \in S_i, u_i(s) = p(q_1 + q_2)q_i - c_i(q_i)$$

単純化のため：

生産コストゼロ

$c_i(s_i) \approx 0$ ただし「必要なだけ生産する」と仮定する
(例えば、価格ゼロなのに生産したりはしない)

逆需要関数

$$p(x) = 1 - x \quad \text{if } x \leq 1$$

$$p(x) = 0 \quad \text{if } x \geq 1$$

需給均衡条件

$$p = p(s_1 + s_2) \quad (= 1 - s_1 - s_2)$$

利潤

$$u_i(s) = p(s_1 + s_2)s_i$$

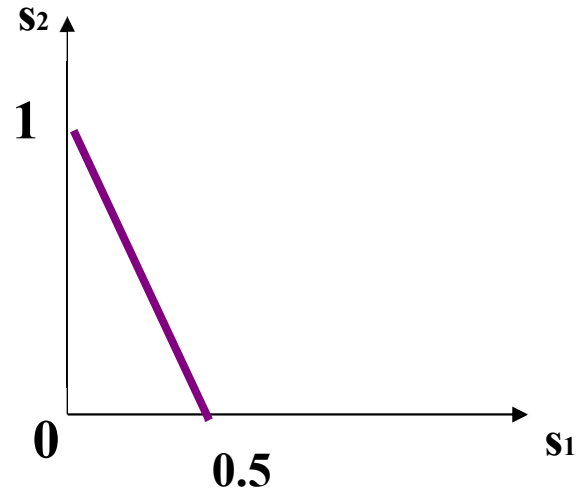
企業 1 の最適反応 $BR_1(s_2) \in [0,1)$ の導出 :

企業 1 の利得関数 $u_1(s) = (1 - s_1 - s_2)s_1$ を s_1 について偏微分

$$\text{1 階条件 : } \quad \frac{\partial}{\partial s_1} u_1(s) = 1 - 2s_1 - s_2 = 0$$

$$\therefore \quad s_1 = BR_1(s_2) = \frac{1 - s_2}{2}$$

企業1の最適反応曲線



クールノーモデルにおける最適反応曲線は

相手の戦略が $s_2 = 0$ (供給ゼロ) の時は

相手の戦略が $s_2 \approx 1$ (価格ほぼゼロ) の時は

右下がり

独占供給量 $s_1 = \frac{1}{2}$

供給ほぼゼロ

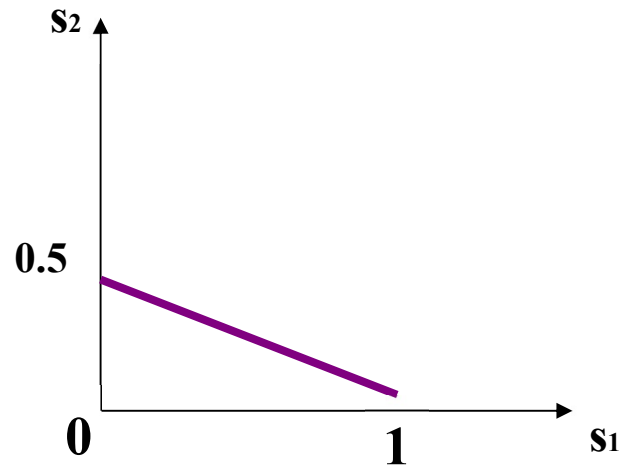
企業 2 の最適反応 $BR_2(s_1) \in [0,1)$ の導出 :

企業 2 の利得関数 $u_2(s) = (1 - s_1 - s_2)s_2$ を s_2 について偏微分

$$\text{1 階条件 :} \quad \frac{\partial}{\partial s_2} u_2(s) = 1 - 2s_2 - s_1 = 0$$

$$\therefore \quad s_2 = BR_2(s_1) = \frac{1 - s_1}{2}$$

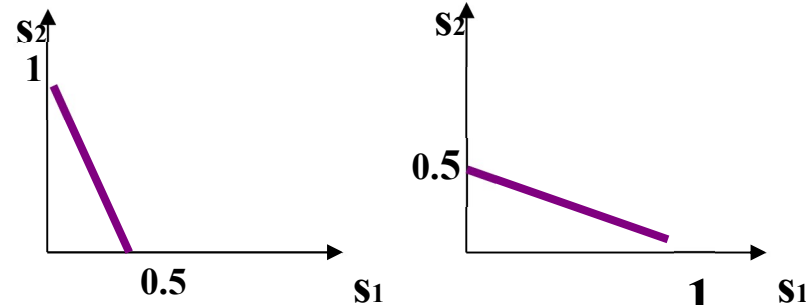
企業 2 の最適反応曲線



ナッシュ均衡 $s \in S$ は最適反応曲線の交点

企業 1 の最適反応 : $BR_1(s_2) = \frac{1-s_2}{2}$

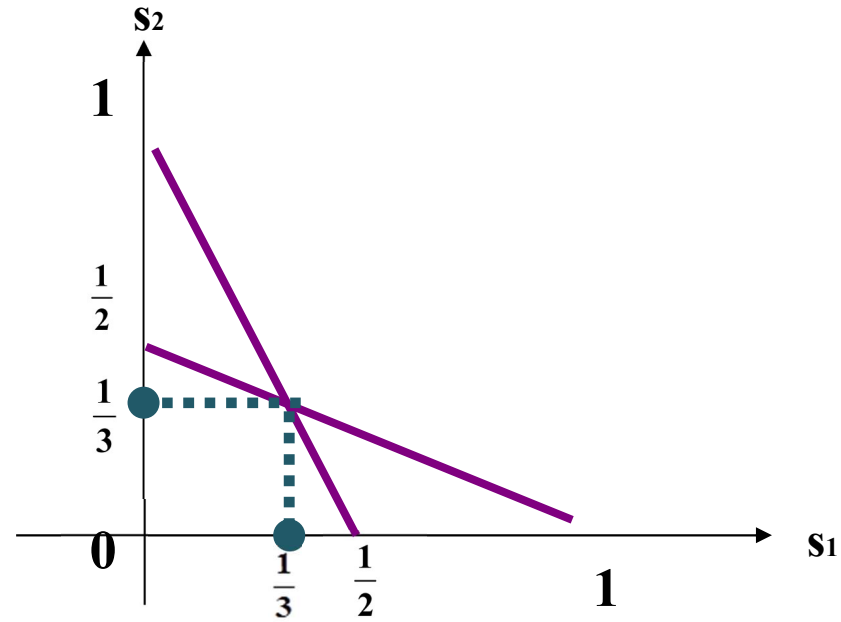
企業 2 の最適反応 : $BR_2(s_1) = \frac{1-s_1}{2}$



連立方程式 :

$$s_1 = BR_1(s_2) (= \frac{1-s_2}{2}) \quad \text{and} \quad s_2 = BR_2(s_1) (= \frac{1-s_1}{2})$$

\therefore ナッシュ均衡 (クールノー均衡) は $s_1 = s_2 = \frac{1}{3}$



クールノー均衡：

総供給量

$$s_1 + s_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

市場均衡価格

$$p = 1 - s_1 - s_2 = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

各企業の利潤（利得）

$$ps_i = \frac{1}{9}$$

利潤の総和

$$\frac{2}{9}$$

独占との比較

独占：	総供給量	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3})$
	市場均衡価格	$p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$(> \frac{1}{3})$
	独占企業の利潤	$\frac{1}{4}$	$(> \frac{2}{9})$

クールノー複占では個別企業の供給量は独占より低いが総供給量は独占より高い
複占価格の方が独占価格より低い

複占における利潤の総和は独占利潤より低い

カルテルを結ぶ（独占供給をシェア）と企業には有利になるが消費者には不利

Think why

仮に両企業が独占供給量を均等に供給するとしよう

複占の場合、各企業は供給を増やすインセンティブをもつ

∴ 供給を増やすと価格が下がる（損失発生）しかし

価格が下がることによる損失の半分はライバル企業が負担

12.6.2. ベルトラン複占（価格競争モデル）

「自社財の価格設定」が先 → 「買い注文」に応じて後から供給決定

企業 1 と企業 2 が同質財を供給（クールノーと同じ）

各企業は自社の価格を自分で設定する： 企業 1 の価格 $p_1 \in [0, \infty)$

企業 2 の価格 $p_2 \in [0, \infty)$

注文生産： 消費者はどちらかの企業に注文を出す

クールノー複占： 数量競争モデル 価格は需給均衡できまる

ベルトラン複占： 価格競争モデル 供給量は注文量できまる

需要関数 $d(p) = 1 - p$

$$p_i < p_j$$

企業 i にのみ注文 $d(p_i) = 1 - p_i$

企業 j には注文ゼロ

$$p_i = p_j$$

各企業に半々注文 $\frac{1}{2}d(p_i) = \frac{1}{2}(1 - p_i)$

生産費用ゼロに近似

各企業 i の利潤 $(1 - p_i)p_i$

if $p_i < p_j$

$$\frac{1}{2}(1 - p_i)p_i$$

if $p_i = p_j$

$$0$$

if $p_i > p_j$

ベルトラン複占を標準形ゲームでモデル化すると：

$$N = \{1, 2\}$$

$$S_1 = S_2 = [0, 1)$$

$$p_i = s_i \in S_i$$

$$u_i(s) = (1 - s_i)s_i \quad \text{if } s_i < s_j$$

$$u_i(s) = \frac{1}{2}(1 - s_i)s_i \quad \text{if } s_i = s_j$$

$$u_i(s) = 0 \quad \text{if } s_i > s_j$$

ナッシュ均衡は：

$$s_1 = s_2 = 0$$

相手より高い価格を付けると注文ゼロ、利潤ゼロ

↑ **Think why**

12.6.3. 戦略的代替と戦略的補完

戦略的代替： 相手戦略をより協調的に予想する場合には最適反応の値がより**競争**的になるような戦略的相互依存関係のこと
クールノー複占（最適反応は減少関数）

戦略的補完： 相手戦略をより協調的に予想する場合には最適反応の値がより**協調**的になるような戦略的相互依存関係
ベルトラン複占（相手の価格に近づけた価格設定）

市場競争が戦略的代替か戦略的補完かは
「和解か威嚇か」をめぐるビジネス戦略の決断に
大きな影響を与える
(次章にて詳しい説明)

宿題 (12) を提出すること

(以下省略)

追記：ナッシュ均衡の考え方に慣れよう

ベルトランモデル再検討

需要関数 $D(p) = 1 - p$, 限界費用 $c \in (0, 1)$

* 2 企業の場合： ナッシュ均衡は $p_1 = p_2 = c$

* 3 企業の場合： ナッシュ均衡は複数（無数に！）存在する

$$p_1 = p_2 = c, p_3 \geq c$$

$$p_1 = p_3 = c, p_2 \geq c$$

$$p_2 = p_3 = c, p_1 \geq c$$

（他にある？）

最低価格は c まで落ちる：	そうでなければ c よりちょっと下げて全シェアを取れる
最低価格は c より下がらない：	注文が来ると損失になる
よって最低価格は c である	
最低価格を付ける企業は 2 社以上：	そうでないと二番目に低い価格のそばまで引き上げ利潤アップ
最適価格 c は 2 社いれば十分：	もう一社は c 以上であれば必ずナッシュ均衡になる

* $n \geq 3$ 企業の場合： ナッシュ均衡は複数（無数に！）存在する

$$p_i \geq c \text{ for all } i \in N, \text{ and}$$

$$p_i = c \text{ for (at least) two firms } i \in N$$

2社以上が価格 c とし
その他は c 以上とするならば
必ずナッシュ均衡になる

- * 2 企業で限界費用が異なる場合 ($c_1 < c_2$):
 ナッシュ均衡は存在しない

両企業は c_2 まで価格を下げる

しかし企業1は c_2 より「少し」下げることによって全シェアを取れる (利潤が約倍になる)

c_2 より少し低い価格とは?? : 戦略集合が連続空間なので定義できない \Rightarrow ナッシュ均衡なし

修正方法 (1) :

$S_i = \{0, \varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots\}$, $\varepsilon > 0$ は微小

$c_2 \in \{0, \varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots\}$, c_2 は ε より十分大きい

ナッシュ均衡は $p_1 = c_2 - \varepsilon$, $p_2 = c_2$

(あるいは $p_1 = c_2$, $p_2 = c_2 + \varepsilon$)

企業1が全シェアをとる (ナチュラルな均衡状態)

修正方法 (2) :

$p_1 = p_2$ の時は全注文が企業1にいくと仮定

ナッシュ均衡は $p_1 = p_2 = c_2$

以下、修正方法（2）を仮定しよう

- * 2 企業ともに $c = 0$
 企業 2 に開設費用（正の生産時にサックされない固定費用）
 $F = 1/8$

ナッシュ均衡は $p_1 = p_2 = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{\frac{1}{2}})$

企業 1 の利潤は

$$\begin{aligned} p(1-p) &= \frac{1}{2}(1 - \sqrt{\frac{1}{2}}) \times \{1 - \frac{1}{2}(1 - \sqrt{\frac{1}{2}})\} \\ &= \frac{1}{2}(1 - \sqrt{\frac{1}{2}}) \times \frac{1}{2}(1 + \sqrt{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{8} = F \end{aligned}$$

企業 2 の利潤はゼロ：価格下げると全シェアを奪える
 が開設費用のため利潤マイナス