2014 年 11 月 4 日

経済セミナー2014 年 12 月, 2015 年 1 月号

「オークションとマーケットデザイン」第 **12** 回

松島斉

東京大学経済学研究科教授

標準的なオークションの収入比較再考

第 4 回から学んできたオークションの基礎理論も、いよいよ大詰めを迎えた。今回は、標準的なオークション、つまり一位価格入札（あるいはせりさげオークション)、二位価格入札、せりあげオークションを再度検討する。

第 5 回においては、私的価値の仮定下で、標準的なオークションが詳しく考察された。私的価値の下では、二位価格入札とせり上げオークションは、同じゲーム理論のモデルで分析できるため、区別されない。これに対して、私的価値でない場合には、二位価格入札とせり上げ入札は、異なるモデルによって定式化され、区別して分析されることになる。二位価格入札とせり上げ入札を、私的価値でない状況下において比較検討しよう。

第 5 回および第 6 回においては、分布独立性の仮定下で、「収入同値定理」が解説された。どの状態においても同じ配分を達成する異なるオークションルール（例えば、対称性の仮定下における一位価格入札と二位価格入札）は、売

り手に実質的に同じ期待収入をもたらす。しかし、分布独立性をみたさない場合には、このような収入同値定理はもはや成り立たない。分布が非独立である場合に、一位価格入札と二位価格入札を比較して、どちらが高い期待収入をもたらすか、を検討しよう。

第５回では、入札者がリスク回避的であるケースも考察され、一位価格入札の方が二位価格入札よりも期待収入が高くなることが示された。今回は、あくまでリスク中立性を仮定した上で、二位価格入札の方が一位価格入札よりも、むしろ期待収入が高くなることを示すことになる。

この比較は、第 9 回で説明されたカルテルについての議論とも対照的である。一位価格入札よりも二位価格入札の方が、さらに二位価格入札よりもせり上げオークションの方が、カルテルが形成されやすい、つまりカルテルによって期待収入が低く抑えられてしまう危険性が高い。今回は、カルテルの可能性を考慮せずに、収入比較を検討することにしたい。

また、第 11 回では、一般的なメカニズムデザインについて、分布が非独立であるケースを考察した。売り手は、標準的なオークションにとらわれることなく自由にメカニズムを設計できるならば、広範囲の経済環境において、最大化総余剰を全額期待収入として獲得できることが解説された。

これに対して、今回では、単一種一単位取引において、考察するルールを標準的なオークションなどに限定した上で、期待収入比較が分析される。この際、利得関数、分布関数、均衡戦略について、対称性や関連性（Affiliation）といった制約条件を追加することになる。

今回新たに紹介される主要な数学的性質は、Milgrom and Weber（1982）によって示された「関連性原理（Linkage Principle）」である。関連性原理によれば、落札者の期待支払額が自身のタイプに依存する程度が強ければ強いほど、売り手の期待収入が高くなる。関連性原理に基づいて、一位価格入札、二位価格入札、せり上げオークションの順番で、期待収入が高くなることが示される[1]。

[1] 今回の分析内容は、対称性の仮定に依存している。非対称性下ではことなる分析が必要になる。Krishna (2009, Chapter 8)を参照されよ。

12.1. 関連性（Affiliation）

今回は、単一種一単位取引のみを考察対象とする。各入札者は、財を $p \in [0,1]$ 円で落札すると、利得 $v_i(\omega) - p$ を獲得する。非落札者の利得はゼロとする。

私的価値を仮定せず、評価関数 $v_i(\omega)$ は $\omega_i \in [0,1]$ について増加、任意の $j \in N \setminus \{i\}$ に関しては、$\omega_j \in [0,1]$ について非減少とする。単純化のため、$v_i(0,...,0) = 0$ および $v_i(1,...,1) = 1$ とする。

評価関数について、「対称性」を以下のように仮定する。つまり、ある関数 $w : R^n \to R$ が存在して、任意の入札者 $i \in N$ について、

$$v_i(\omega) = w(\omega_i, \omega_{-i}) \quad \text{for all} \quad \omega \in \Omega$$

が成立する。ここで、$v_i(\omega) = w(\omega_i, \omega_{-i})$ の値は、ω_{-i} の順番をかえてもかわらないとする。つまり、任意の全単射（Permutation） $\mu_i : N \setminus \{i\} \to N \setminus \{i\}$ について、

$$w(\omega_i . \omega_{-i}) = w(\omega'_i . \omega'_{-i}) \quad \text{if} \quad \omega_i = \omega'_i \quad \text{and} \quad \omega'_j = \omega_{\mu_i(j)} \quad \text{for all} \quad j \in N \setminus \{i\}$$

とする。

さらに、分布関数 $p(\omega)$ が対称であることを、以下のように仮定する。つまり、任意の全単射 $\mu : N \to N$ について、

$$p(\omega) = p(\omega') \quad \text{if} \quad \omega'_i = \omega_{\mu(i)} \quad \text{for all} \quad i \in N$$

とする。

分布が非独立であることを意味する重要な仮定として、分布関数 $p(\omega)$ が、以下のように、「Affiliation（関連性条件）」をみたすとする。つまり、任意の ω、ω' について、

$$p(\omega) p(\omega') \leq p(\omega \vee \omega') p(\omega \wedge \omega')$$

とする。ここで、

$$\omega \vee \omega' = (\max(\omega_1, \omega'_1), ..., \max(\omega_n, \omega'_n))\ 、$$

$$\omega \wedge \omega' = (\min(\omega_1, \omega'_1), ..., \min(\omega_n, \omega'_n))$$

と定義される。

対称性下で Affiliation を仮定することの経済学的意味は、以下の通りである。任意の $i \in N$、$\omega_i \in [0,1]$、$y \in [0,1]$ について、タイプ ω_i の条件付きで、$y = \max_{j \neq i} \omega_j$ が成立する確率密度を $q(y \mid \omega_i)$ と表わす。累積分布を $Q(y \mid \omega_i) \equiv \int_{y'=0}^{y} q(y' \mid \omega_i) d\omega_i$ と表す。Affiliation を仮定すると、任意の $\omega_i \in \Omega_i$ および $\omega_i' \in \Omega_i$ について、

$$\frac{q(y \mid \omega_i')}{Q(y \mid \omega_i')} \geq \frac{q(y \mid \omega_i)}{Q(y \mid \omega_i)} \quad \text{if} \quad \omega_i' > \omega_i$$

が成立することが知られている。

ここで、$\frac{q(y \mid \omega_i)}{Q(y \mid \omega_i)}$ は、「逆ハザード率（Reverse Hazard Rate）」と呼ばれ、他の入札者のタイプが全て y 以下である時に、他の入札者のタイプの最大値が丁度 y である確率密度を表す。上述した不等式は、自身のタイプが高い（ω_i でなく ω_i' である）場合には、他のプレーヤーのタイプの最大値（$y = \max_{j \neq i} \omega_j$）も、より高い値である傾向が強いことを意味している。

また、Affiliation の仮定下では、自身のタイプが高い場合には、他のプレーヤーのタイプの最大値についての期待値も高い、つまり、

$$E[\max_{j \neq i} \omega_j \mid \omega_i'] \geq E[\max_{j \neq i} \omega_j \mid \omega_i] \quad \text{if} \quad \omega_i' > \omega_i$$

が成立することも知られている。これらの Affiliation のもつ性質は、以下の分析において重要な役割をなす。

12.2. 二位価格入札

私的価値の仮定下では、正直に自身の価値評価を表明することが、二位価格入札において優位戦略になる。しかし、私的価値がみたされない今回のケースでは、各入札者は自身の価値評価をそもそも正確には知らないし、優位戦略も存在しない。その代わり、以下に示される対称戦略プロファイル $s = s^{II}$ が、二

位価格入札における事後均衡になる。

定理 12.1 : 以下に示される対称戦略プロファイル $s = s^{II}$ は、二位価格入札における事後均衡である。つまり、任意の $i \in N$ および $\omega_i \in [0,1]$ について、

$$s_i^{II}(\omega_i) = v_i(\omega_i, \omega_i, \ldots, \omega_i)$$

とする。

定理 12.1 に示される戦略 s_i^{II} は、v_i が単調増加であるとする仮定から、増加関数であることがわかる。もし、タイプ ω_i の入札者 i が、より高いタイプ $\omega_i' > \omega_i$ における $s_i(\omega_i') = v_i(\omega_i', \omega_i', \ldots, \omega_i')$ を指値して落札し、$v_i(\omega_i, \omega_i, \ldots, \omega_i)$ を上回る支払いをした場合には、他の入札者のタイプの最大値 $y = \max_{j \neq i} \omega_j$ をこえるタイプの評価額を支払っていることになる。これは、タイプ ω_i の入札者の実際の評価額を、支払額が上回ることを意味するので、このような指値の仕方は損である。同様に、より低いタイプ $\omega_i' < \omega_i$ における $s_i(\omega_i') = v_i(\omega_i', \omega_i', \ldots, \omega_i')$ を指値した場合でも損をすることが確かめられる。

戦略プロフィル s^{II} がもたらす期待収入は

$$E[v_1(\max_{i \neq 1} \omega_i, \ldots, \max_{i \neq 1} \omega_i) \mid \omega_1 > \max_{i \neq 1} \omega_i]$$

になる。

定理 12.1 に示される戦略プロファイル s^{II} は、必ずしも効率的配分をもたらさない。例えば、任意の入札者のタイプが高くなると、自身の財評価以上に他の入札者の財評価を高めるケースにおいては、効率的配分は達成されない。

非効率的な配分がもたらされるケースを排除するための十分条件は、以下に示される「単一交差性条件（Single Crossing Condition）」である。単一交差性は

$$\frac{\partial v_i(\omega)}{\partial \omega_i} \geq \frac{\partial v_j(\omega)}{\partial \omega_i} \quad \text{for all} \quad i \in N \quad \text{and} \quad j \in N \setminus \{i\}$$

をみたす条件である。単一交差性および対称性下では、最も高いタイプの入札者の財評価が全入札者間で最高値になり、効率的配分は保証されることとなる。

12.3. 一位価格入札

一位価格入札における、対称かつ単調増加のベイジアン・ナッシュ均衡戦略プロファイル $s = s^I$ は、以下の手順によって導くことができる。タイプ ω_1 の入札者 1 がタイプ ω_1' のふりをして指値する場合の期待利得は

$$\int_{y=0}^{\omega_1'} \{w(\omega_1, y) - s_1(\omega_1')\} q(y \mid \omega_1) dy$$

になる（ここで、

$$w(r, y) \equiv E[w(\omega_1, \omega_{-1}) \mid \omega_1 = r, \max_{i \neq 1} \omega_i = y]$$

は、他の入札者のタイプの最高値が y である場合に、$\omega_1 = r$ の入札者 1 が落札した際の、入札者 1 の価値評価の期待値を表す)。よって、正しく $s_1(\omega_1)$ を指値することによって、期待利得が最大化されるための一階条件は、

$$\{w(\omega_1, \omega_1) - s_1(\omega_1)\} q(\omega_1 \mid \omega_1) - s_1'(\omega_1) Q(\omega_1 \mid \omega_1) = 0 、$$

つまり

$$s_1'(\omega_1) + \frac{q(\omega_1 \mid \omega_1)}{Q(\omega_1 \mid \omega_1)} s_1(\omega_1) = w(\omega_1, \omega_1) \frac{q(\omega_1 \mid \omega_1)}{Q(\omega_1 \mid \omega_1)}$$

になる（ここで、$s_1'(\omega_1) \equiv \dfrac{ds_1(\omega_1)}{d\omega_1}$ は微分を表す)。

一般に、線形微分方程式

$$s_1'(\omega_1) + R(\omega_1) s_1(\omega_1) = Z(\omega_1)$$

の一般解は

$$s_1(\omega_1) = \{\int_0^{\omega_1} Z(\omega_1') \exp(\int_0^{\omega_1'} R(\omega_1'') d\omega_1'') d\omega_1' + D\} \exp(-\int_0^{\omega_1} R(\omega_1') d\omega_1')$$

であることが知られている（D は任意定数である)。よって、

$$R_1(\omega_1) = \frac{q(\omega_1 \mid \omega_1)}{Q(\omega_1 \mid \omega_1)} \text{ および } Z(\omega_1) = w(\omega_1, \omega_1)\frac{q(\omega_1 \mid \omega_1)}{Q(\omega_1 \mid \omega_1)}$$

を代入して、$s_1(0) = 0$ とすれば、

$$s_1(\omega_1) = \int_0^{\omega_1} w(\omega_1', \omega_1') d\{\exp(-\int_{\omega_1'}^{\omega_1} \frac{q(\omega_1'' \mid \omega_1'')}{Q(\omega_1'' \mid \omega_1'')} d\omega_1'')\}$$

が導かれることになる。Affilation の仮定下では、導かれた対称戦略プロファイル s は、単調増加のベイジアン・ナッシュ均衡になる（証明は省略する）。

定理 12.2 : 以下に示される対称戦略プロファイル $s = s^I$ は、1 位価格入札における、単調増加のベイジアン・ナッシュ均衡である。つまり、任意の $i \in N$ および $\omega_i \in [0,1]$ について、

$$s_i^I(\omega_i) = \int_0^{\omega_i} w(\omega_i', \omega_i') d\{\exp(-\int_{\omega_i'}^{\omega_i} \frac{q(\omega_i'' \mid \omega_i'')}{Q(\omega_i'' \mid \omega_i'')} d\omega_i'')\}$$

とする。

ベイジアン・ナッシュ均衡戦略プロファイル s^I がもたらす期待収入は

$$E[s_i^I(\omega_1) \mid \omega_1 > \max_{i \neq 1} \omega_i]$$

になる。

12.4. せりあげオークション

次に、せり上げオークションの代表例として、オークショニアが価格ゼロからせり上げる「時計入札」を考察しよう。各入札者 i の戦略は、どのタイミングでせりから撤退するかの決定の仕方を意味し、$s_i = (s_i^k)_{k=0}^{n-2}$ と表わされる。せりの途中で他の入札者が撤退した際には、撤退時の価格に応じて、この入札者は撤退のタイミングを戦略的に変えることが考えられる。なぜならば、撤退時の価格から他の入札者のタイプを推し量ることによって、自身の財評価をアップデートできるからである。既にせりから撤退した入札者数が k 人で、撤退時の価

格が、低い方から順に $p_1 \leq \cdots \leq p_k$ である場合、入札者 i が戦略的に撤退する価格は、$s_i^k(\omega_i, p_1, ..., p_k) \in [0,1]$ と表される（ここで、$s_i^k(\omega_i, p_1, ..., p_k) \geq p_k$ がみたされるとする）。

以下に特定される対称戦略プロファイル $s = s^A$ は、時計入札におけるナッシュ均衡になる。対称戦略プロファイルであるから、入札者 n についてのみ説明すればよい。

入札者 n は、オークショニアが $v_n(\omega_n, \omega_n, ..., \omega_n)$ 円までせりあげた時点で、誰もせりから撤退していない場合には、この価格でせりから撤退する。つまり、

$$s_n^0(\omega_n) = v_n(\omega_n, \omega_n, ..., \omega_n)$$

とする（ここで、$v_n(\omega_n, \omega_n, ..., \omega_n)$ は、全員が入札者 n と同じタイプ、つまり

$$\omega_i = \omega_n \quad \text{for all} \quad i \in N$$

である場合の入札者 n の財評価である）。$v_n(\omega_n, \omega_n, ..., \omega_n)$ が ω_n の増加関数であることから、$s_n^0(\omega_n)$ も増加関数になる。

せり上げの途中で、入札者１が p_1 円にて撤退したとしよう。この時、入札者１のタイプ ω_1 が $s_1^0(\omega_1) = p_1$ をみたすことが、他の入札者全員に知られることになる。入札者 n は、入札者１のタイプを考慮して、入札者１以外の他の入札者が撤退しない場合には、$v_n(\omega_1, \omega_n, \omega_n, ..., \omega_n)$ 円までせりあがった時点で撤退する。つまり、

$$s_n^1(\omega_n, p_1) = v_n(\omega_1, \omega_n, ..., \omega_n)$$

とする（ここで、$s_1^0(\omega_1) = p_1$ である）。$v_n(\omega_1, \omega_n, ..., \omega_n)$ が ω_n の増加関数であることから、$s_n^1(\omega_n, p_1)$ も増加関数になる。

さらに、任意の $k \in \{2, ..., n-2\}$ について、以下のように s_n^k を特定する。せり上げの途中で、k 人の入札者、つまり入札者１、入札者２、…、入札者 k が、各々 p_1 円、p_2 円、…、p_k 円で撤退したとしよう。（単純化のため、$p_1 < p_2 < \cdots < p_k$ とする。対称性の仮定から、撤退の順番をいれかえても同様に説明できる）。この際に、入札者１のタイプは $s_1^0(\omega_1) = p_1$、入札者２のタイプは $s_2^1(\omega_2, p_1) = p_2$、入札

者３のタイプは$s_3^2(\omega_3, p_1, p_2) = p_3$、…、入札者$k$のタイプは$s_k^{k-1}(\omega_k, p_1, ..., p_{k-1}) = p_k$をみたすことが、他の入札者に知られることになる。入札者nは、各入札者１、…、入札者kのタイプを考慮して、残りの入札者$k+1$、…、入札者$n-1$が撤退しない場合には、$v_n(\omega_1, \omega_2, ..., \omega_k, \omega_n, ..., \omega_n)$円までせりあがった時点で撤退する。つまり、

$$s_n^k(\omega_n, p_1, ..., p_k) = v_n(\omega_1, \omega_2, ..., \omega_k, \omega_n, ..., \omega_n)$$

とする（ここで、$s_1^0(\omega_1) = p_1$、$s_2^1(\omega_2, p_1) = p_2$、…、$s_k^{k-1}(\omega_k, p_1, ..., p_{k-1}) = p_k$である）。$v_n(\omega_1, \omega_2, ..., \omega_k, \omega_n, ..., \omega_n)$が$\omega_n$の増加関数であることから、$s_n^k(\omega_n, p_1, ..., p_k)$も増加関数になる。

このように特定された対称戦略プロファイル$s = s^A$は、Affilation の仮定下では、単調増加のナッシュ均衡になる（証明は省略する）。

定理 12.3：以下に示される対称戦略プロファイル$s = s^A = (s_i^k)_{k=0}^{n-2}$は、せり上げオークションにおけるナッシュ均衡である。つまり、任意の$\omega \in \Omega$について、

$$s_n^0(\omega_n) = v_n(\omega_n, \omega_n, ..., \omega_n)、$$

および任意の$k \in \{1, ..., n-2\}$について、

$$s_n^k(\omega_n, p_1, ..., p_k) = v_n(\omega_1, \omega_2, ..., \omega_k, \omega_n, ..., \omega_n)$$

とする（$s_1^0(\omega_1) = p_1$、$s_2^1(\omega_2, p_1) = p_2$、…、$s_k^{k-1}(\omega_k, p_1, ..., p_{k-1}) = p_k$である）。

戦略プロファイルs^Aにしたがって、落札者の支払う金額は

$$v_{\mu(1)}(\omega_{\mu(2)}, \omega_{\mu(n)}, ..., \omega_{\mu(1)})$$

になる。ここで、$\mu : N \to N$は

$$\omega_{\mu(n)} \le \omega_{\mu(n-1)} \le \cdots \le \omega_{\mu(1)}$$

をみたす全単射とする。落札者は入札者$\mu(1)$であり、非落札者の中で最も高いタイプは入札者$\mu(n-1)$であり、入札者$\mu(n-1)$は$v_{\mu(1)}(\omega_{\mu(2)}, \omega_{\mu(n)}, ..., \omega_{\mu(1)})$円においてせりから撤退している。したがって、戦略プロフィルs^Aがもたらす期待収入

は

$$E[v_{\mu(1)}(\omega_{\mu(2)},\omega_{\mu(n)},...,\omega_{\mu(1)})]$$

に一致する。

11.5. 関連性原理（Linkage Principle）

一位価格入札、二位価格入札、せり上げオークションに共通の特徴は、最も高い指値をした入札者に落札され、落札者以外は支払いをしない、という点にある。これらの特徴をみたす任意のオークションルールΓを考えよう。対称かつ単調増加の戦略プロファイルを仮定して、タイプω_1の落札者 1 が別のタイプω_1'のふりをして指値した時の期待支払額を$\chi^\Gamma(\omega_1',\omega_1)$と表そう。この時、期待利得は、

$$\int_{y=0}^{\omega_1'} w(\omega_1,y)q(y\,|\,\omega_1)dy-\chi^\Gamma(\omega_1',\omega_1)Q(\omega_1'\,|\,\omega_1)$$

になる。

$\omega_1'=\omega_1$において期待利得が最大化されるための一階条件は、ω_1'について偏微分することによって、

$$\chi_1^\Gamma(\omega_1,\omega_1)+\frac{q(\omega_1\,|\,\omega_1)}{Q(\omega_1\,|\,\omega_1)}\chi^\Gamma(\omega_1,\omega_1)=w(\omega_1,\omega_1)\frac{q(\omega_1\,|\,\omega_1)}{Q(\omega_1\,|\,\omega_1)}$$

となる（ω_1'について偏微分およびω_1について偏微分は、各々

$$\chi_1^\Gamma(\omega_1',\omega_1)\equiv\frac{\partial\chi^\Gamma(\omega_1',\omega_1)}{\partial\omega_1'} \text{ および } \chi_2^\Gamma(\omega_1',\omega_1)\equiv\frac{\partial\chi^\Gamma(\omega_1',\omega_1)}{\partial\omega_1}$$

と表わされる)。ここで、最低のタイプのふりをすると落札も支払もないことから、

$$\chi^\Gamma(0,\omega_1)=0$$

を仮定してよい。

さらに、任意の$\omega_1\in[0,1]$において、

$$\frac{d\chi^{\Gamma}(\omega_1,\omega_1)}{d\omega_1} = \chi_1^{\Gamma}(\omega_1,\omega_1) + \chi_2^{\Gamma}(\omega_1,\omega_1)$$

である。上述した一階条件から、ことなるオークションルールΓ'を比較した場合に、もし

$$\chi_2^{\Gamma'}(\omega_1,\omega_1) = \chi_2^{\Gamma}(\omega_1,\omega_1) \quad \text{for all} \quad \omega_1 \in [0,1]$$

が成立しているならば、ルールΓとルールΓ'とでは期待支払額も同じ、期待収入も同じ、になり、「収入同値定理」が成立することになる。

これに対して、もし

$$\chi_2^{\Gamma'}(\omega_1,\omega_1) > \chi_2^{\Gamma}(\omega_1,\omega_1) \quad \text{for all} \quad \omega_1 \in [0,1]$$

ならば、

$$\chi^{\Gamma'}(\omega_1,\omega_1) > \chi^{\Gamma}(\omega_1,\omega_1) \quad \text{for all} \quad \omega_1 \in (0,1]$$

となり、ルールΓ'の方がルールΓより高い期待収入をもたらすことになり、同値定理はなりたたない。

定理 12.4（関連性原理）: タイプの最高値の入札者が落札されるとし、非落札者は支払をしないとする任意のことなるオークションルールΓ、Γ'について、対称で単調増加のベイジアン・ナッシュ均衡がプレイされる場合に、もし

$$\chi_2^{\Gamma'}(\omega_1,\omega_1) > \chi_2^{\Gamma}(\omega_1,\omega_1) \quad \text{for all} \quad \omega_1 \in (0,1]$$

が成立するならば、オークションルールΓ'の期待収入の方がオークションルールΓの期待収入よりも高くなる。

12.6. 標準的なオークションの収入比較

関連性原理は、自身のタイプが高いほど落札時の支払額が高くなる傾向が強いオークションルールの方が、期待収入を高くすることを意味する。

例えば、一位価格入札は、支払い額は自身の指値そのものであるから、この指値を固定すれば、支払額は自身のタイプから無関係に定まることになる。このことは、

$$\chi_2^I(\omega_1,\omega_1)=0 \quad \text{for all} \quad \omega_1\in[0,1]$$

を意味する（ここで、一位価格入札ルールを$\Gamma=I$とする）。よって、関連性原理より、一位価格入札は、最高値の入札者が落札し、非落札者は支払しないとするルールの中で、もっとも期待収入が低いルールと考えられる。

一方、二位価格入札では、自身のタイプが高いと、他の入札者のタイプも高い傾向にあるから、必然的に二位価格も高くなる傾向がある。このことは、

$$\chi_2^{II}(\omega_1,\omega_1)>0 \quad \text{for all} \quad \omega_1\in[0,1]$$

を意味する（ここで、二位価格入札ルールを$\Gamma=II$とする）。よって、関連性原理より、二位価格入札の方が一位価格入札よりも高い収入を期待できる。

さらに、せり上げオークション（時計入札）では、自身のタイプが高いと、二位価格入札のように他の入札者のタイプも高い、というだけでなく、せり上げ途中で撤退した入札者のタイプを知ることによって、他の入札者がさらに高い指値をしようとする。このため、二位価格入札よりも、期待支払額とタイプとの関連性が、さらに強くなっている。よって、せり上げオークションを$\Gamma=A$と表記するならば、

$$\chi_2^A(\omega_1,\omega_1)>\chi_2^{II}(\omega_1,\omega_1) \quad \text{for all} \quad \omega_1\in[0,1]$$

が成り立つことになる。せり上げオークションは、標準的なオークションルールの中でもっとも高収入を期待できるルールといえる。

１．７．公開情報、留保価格、参入費用

入札者が、自身のタイプのみならず、なんらかの公開情報をも観察できるとした場合、売り手の期待収入は高まるだろうか。もしそうならば、売り手は、

入札前に自身の知りうる情報を積極的に公開することによって、入札競争を一層掻き立てることができるはずである。

関連性原理の基本的な考え方を使えば、公開情報が増えると、入札ルールを変更しなくても、期待収入を高められることがわかる。公開情報についてもタイプ情報と同様に「Affiliation」を仮定しよう。つまり、公開情報が高い値である場合には、任意の入札者のタイプも高い値である傾向が強いとする。

落札時の支払額は、タイプのみならず、公開情報にも依存する。Affiliation の仮定より、公開情報に依存することを通じて、落札時の期待支払額が、自身のタイプに一層強く依存することになる。よって、公開情報が期待収入を高めることがわかる。

この性質は、一位価格入札、二位価格入札、せりあげオークションのどれについても同様に成り立つ。売り手は、入札者が知らない情報を持っている場合には、これを積極的に公開することによって、オークションのルールを変更せずとも期待収入を高められる[2]。

Affiliation の仮定下では、高いタイプの場合に、他の入札者のタイプも同様に高い傾向にある。そのため、各入札者は、タイプが高くても、低い時同様、あるいはそれ以上に、競争的な入札状況にさらされると考えられる。よって、入札者が獲得できる期待利得は、タイプが高いからといって、高いわけでなくなる。特に、入札に参加費用がかかる場合、この費用に見合うだけの期待利得が見込まれるのは、高いタイプとはかぎらず、むしろ低いタイプである可能性も考えられる。

第８回において、分布独立性下では、留保価格を設定することが、期待収入を高めるための工夫として重要になると説明された。しかし、分布が非独立である場合には、留保価格を設定することのメリットはあまりない。Affiliation の仮定下では、タイプが高いと他の入札者のタイプも高いため、留保価格を設定しなくとも、必然的に、高いタイプには高額の支払いが要求されることになる。そのため、留保価格を設定することによって、低いタイプが排除されるこ

---

[2] あくまでも売り手が正直に情報公開することを前提として成り立つ性質である。

とのデメリットの方が、相対的に強くなってしまう。特に、参入入札者数が多く、競争が激しい場合には、留保価格はほぼゼロに設定することが望ましいと考えられる[3]。

次回の予告

次回以降、３回にわたって、履行問題（Implementation）と称される、メカニズムデザイン全般に関わる重要問題を検討する予定である。

今まで、特定の均衡戦略プロファイルがもたらす配分の性質について議論してきた。しかし、考察される均衡戦略プロファイル以外にも、複数の別の均衡戦略プロファイルが同時に存在していて、それらは全く異なる配分を導くことが大いに考えられる。

複数均衡が存在する場合には、特定の均衡がとりわけ実現されやすいということを裏付ける根拠がない限り、均衡が一意に存在するように、メカニズムの設計が修正されてしかるべきである。

均衡の一意性をみたすメカニズムは、はたして一般的に設計可能なのか、もし可能ならばどのように設計したらよいか、を理論的に解明する研究分野は、履行問題（Implementation）と呼ばれている。二位価格入札、一位価格入札、せり上げオークションなどといった標準的なオークションでは、入札者間で共有される情報如何によっては、複数均衡の問題が深刻になる。複数均衡存在故に、複数の入札者が非効率的なカルテルに合意するインセンティブをもつようになる危険性が、とりわけ懸念される。標準的なオークションをルール変更して、履行問題を解決することが希望されよう。

次回は、入札者が合理的である場合に、望ましい配分達成が一意均衡配分として履行できるようにするには、メカニズムをどのように設計すればよいか、

[3] Levin and Smith (1996).

を解説する。この問いの解決案として、Abreu-Matsushima メカニズムと呼ばれる設計方法を紹介する予定である。

参考文献

Krishna, V. (2009): Auction Theory, Academic Press.

Milgrom, P. and R. Weber (1982): “A Theory of Auction and Competitive Bidding,” Econometrica 50, 1089-1122.

Levin, D. and L. Smith (1996): “Optimal Reservation Prices in Auctions,” Economic Journal 106, 1271-1283.