

2015年7月3日

経済セミナー2015年9,10月号

「オークションとマーケットデザイン」第16回

ナッシュから履行問題 (Implementation) へ： ワンコインが貧困を救う

松島 斉

東京大学経済学研究科教授

この連載の一貫したテーマは「情報とインセンティブ」。我々は、経済主体に正直に私的情報を表明させるため、誘因整合性 (Incentive Compatibility) をみたく、つまり正直表明がナッシュ均衡、ベイジアン・ナッシュ均衡、あるいは優位戦略プロファイルといったなんらかの均衡になるメカニズムを考えてきた。

しかし、みんなが嘘をつくケースもまた別の均衡になるようなメカニズムは、ざらにある。そして、それが正直表明した場合と全くことなる配分をもたらす恐れもある。

だから、正直表明以外には均衡がなく、正直表明のみが経済主体にとって唯一無二の妥当な行動選択になるように、もっとていねいにメカニズムをデザインしないと行けない。今までの連載では、このような行動選択の一意性をほとんど扱ってこなかった。今後はこのことを真面目に検討していきたい。

均衡の一意性をメカニズムに要求するメカニズムデザインについては、古くから多くの研究があり、一般に「履行問題 (Implementation)」と呼ばれている¹。今回は、履行問題の代表的な解決案である「アブルー・松島メカニズム (AM mechanism)」を、貧困地域の経済援助を例に、解説する。題して「ワンコインで貧困を救う」、だ。

この (ちょっぴり不謹慎な) 例に留まらず、アブルー・松島メカニズムは、どのような社会的選択の問題についても、どのような不確実性 (リスクとかあいまいさとか) においても、どのような利得関数 (期待効用とか非期待効用とか) においても、非常に広範囲に適応できるアイデアである。

¹ 履行問題の一般的な解説は Osborne and Rubinstein (1994, Chapter 23), Mas-Colell, Whinston, Green (1995, Chapter 10) などにある。

調査員のえこひいき

政策当局が、地域 A、地域 B、地域 C のいずれかに対して経済援助することを計画している。当局は、最も貧困な地域に援助したい。しかし、実際にどの地域が最も貧困なのかわからない。そこで、これらの地域のことをよく知っている調査員に実情を尋ねることにした。

調査員は、各地域の貧困の実態について詳しく把握している。もし協力的であれば、当局に正しいことを話してくれよう。しかし、はたしてこの調査員は、本当に協力的であって、正しいことを話してくれるのだろうか。

調査員は、地域 A で重点的に活動されている方だ。地域 A が援助されるならば、調査員自身の喜びも一入（ひとしお）だろう。ついで、地域 B、地域 C の順で援助されることを希望している。つまり、この方は、地域 A、地域 B、地域 C の順でえこひいきする調査員なのだ。

調査員の利得を、地域 A が援助されると 2 (万円)、地域 B の場合は 1 (万円)、地域 C の場合は 0 とし、リスク中立的としよう。これでは、政策当局が何の策もなく「どの地域が最も貧困ですか」と質問しても、調査員は、実態とは無関係に「地域 A」と答えるに決まっている。このままでは正しい情報を素直に話してはくれまい。では、どうしたらいい？

大きな罰金は張子の虎

当局は、この調査員ときちんと契約をかわして、「嘘が後でばれたら X (万円) の罰金を科す」としたらどうなるか。調査員は、「嘘をつけば後でばれることもあるんじゃないか」と少しは懸念するはずだ。罰金 X が十分に大きな額ならば、正直に回答するのが得になろう。これはずいぶん簡便な解決方法だが、はたして本当に効果が期待できるのかは、疑問だ。

まず、罰金 X は高額でないといけない。調査員は、本当は地域 C が一番貧困なのに、地域 A だと偽って表明すれば利得 2 を稼ぐことができる。よって、罰金 X は、少なくとも 2 以上でないといけない。

さらに、調査員は、嘘がばれる可能性を 100%とは思っていないだろう。わずかな確率 $p \in (0,1)$ でしか嘘はばれないと思っている。ならば罰金の期待値は pX だから、 pX が 2 以上でないといけない。確率 p が小さければ、 X は相当な高額になる。

罰金が高額になれば、実際にそれを履行することは困難になる。支払を確実にするため、あらかじめ保証金を預かっておくのは策のひとつになる。しかし、めったに発生しない支払のために、高額の保証金を要求するのも、はたしてどうか。

結局、こんな高額な罰金請求は、実際には履行できないのだから、張り子の虎に終わる。

三人寄れば…

ならば今度は、調査員が 3 人用意されとしよう。この場合には、以下のように、インセンティブがだいぶ改善される。

各調査員に「どの地域が最も貧困か」を質問する。2 人以上が同じ地域を回答した場合には、その地域にたいして経済援助をする。つまり、3 人の意見をもとに「多数決」で地域を決めるわけだ。(3 人の回答がまちまちの場合には、ランダムに地域を決めるとしよう。)

このような多数決ルールでは、3 人とも正直表明することがナッシュ均衡になる。つまり、誘因整合性 (Incentive Compatibility) がみたされる。

例えば、地域 C がもっとも貧困だとしよう。そして、調査員 2 人が正直に地域 C を表明するとしよう。この場合、のこりの調査員がどの地域を表明しても、多数決によって地域 C に決まることに変わらない。よって、この調査員には、嘘をつくインセンティブがない。こうして、全員が正直表明することがナッシュ均衡になることがわかる。

赤信号みんなで渡れば…

しかしながら、多数決ルールには、正直表明以外にたくさんナッシュ均衡が存在する。例えば、地域 C がもっとも貧困であるのに、3 人とも地域 A を表明することがナッシュ均衡になってしまう。1 人が別の地域を表明しても、多数決で地域 A に決まることにはかわりはないから、地域 A 以外を表明することになんらメリットはない。「赤信号みんなでわたれば (みんなで同じ嘘をつけば) 怖くない」というわけだ。

同様に、3人とも地域 B を表明すること、3人とも地域 C を表明すること、いずれもナッシュ均衡になってしまう。この性質は、最貧困地域がどこか、各調査員がどの地域をえこひいきしているか(あるいはしていないか)、などには全く無関係に成立する。

単純な多数決ルールでは、正直表明が唯一のナッシュ均衡にはならない。では、メカニズムデザインをもっと工夫することによって、正直表明を唯一のナッシュ均衡にできないものだろうか。

ふたたび張子の虎

ここで、嘘をついたことが後でばれた場合には罰金を支払ってもらうとする契約を、再び検討してみよう。実際に援助すべきは地域 C なのに、各調査員は地域 A を表明するとしよう。この場合、ある調査員 1 人が、地域 A でなく正直に地域 C を表明すると変更すれば、彼は、地域 A が援助されることにはかわりはないのに罰金を逃れることができる。こうして、調査員が同じ嘘をつくナッシュ均衡は、あっけなく排除される。罰金は極少額で事足りるから、前述した履行困難という事態もおきないですむ。

しかし、残念ながら、2人が地域 A を表明し、残り 1人が正直に地域 C を表明する状況はやはりナッシュ均衡として生き残ってしまう。地域 A を表明する 2人の調査員は、正直表明に変更するか否かによって地域の決定を左右するピヴォット(中心人物)になる。つまり、正直表明に変更すれば、地域 A から地域 C に援助対象を変えることができる立場にいる。ならば、もし 2人とも地域 A をえこひいきする調査員なら、罰金がよほど高額でない限り、嘘の表明をやめないことになる。

こうして、3人の調査員のケースでも、単純な罰金請求は、やはり張子の虎に終わってしまう。

ばかげたメカニズムデザイン

多数決ルールでは、正直表明以外に結果の異なるナッシュ均衡がたくさん存在する。低額の罰金だけでは、不必要なナッシュ均衡は排除できない。ならば、単純な多数決ルールをやめて、メカニズムデザインの別の仕方を工夫することによって、正直表明だけがナッシュ均衡になるように、なんとか仕向けられないものだろうか。

メカニズムデザインの仕方に糸目をつけないのなら、この問題の解決は、実はいたって簡単である。つまり、もし嘘が発覚した場合には、「ナッシュ均衡が存在しないゲーム」を追加的にプレイさせればいいだけのことだ。

「ナッシュ均衡が存在しないゲーム」を、以下のように設定しよう。各調査員は、ゼロ以上の任意の整数を表明する。3人のうちもっとも低い値の整数を選んだ調査員にはわずかな罰金（ワンコイン）を支払わせるとする。このゲームは「整数ゲーム (Integer Game)」と呼ばれている。

整数ゲームにはナッシュ均衡がない。各調査員は、他の誰かより高い整数を表明したがる。ならば、みな競ってより高い整数を表明しようとするから、みな無限大を選ぼうとする。しかし、無限大は整数でないから、そもそも選択肢に入っていない。つまり整数ゲームにはナッシュ均衡はない。

この整数ゲームを、多数決ルールに組み入れれば、いとも簡単に問題が解決してしまう。つまり、もし誰かが嘘をついていることが事後的にばれた場合には、追加的に整数ゲームをみんなにプレイさせるとすればいい。こうして、嘘をつくとなッシュ均衡がなくなる仕組みができあがる。

「ナッシュ均衡が存在しないゲーム」を追加するこのようなメカニズムデザインの仕方は、履行問題 (Implementation) 研究の初期にずいぶん流行った、今でも「権威ある (!)」方法とされている²。しかし、整数ゲームを現実にプレイするとなると、かぎりなく大きな整数を選択することにはコストがかかるから、上述したようなナッシュ均衡が存在しなくなる論理は妥当しない。整数ゲームは、実験すらできないような、こまった代物なのだ。

より重要なことは、単にナッシュ均衡が存在しないゲームだというだけで、現実の経済主体がそのゲームをプレイすることを避けようとするかどうかだ。どうもそうではないだろう。

全調査員が、共通のお気に入りである地域 A を表明するとしよう。最貧困地域を C としよう。ならば、かれらは、嘘を表明していることになるから、整数ゲームをプレイすることを強要される。確かにこのゲームにはナッシュ均衡はない。しかし、ナッシュ均衡がないという理由だけで、はたして、かれらは地域 A の表明をやめて正直表明に切り替えるのだろうか。

² Maskin (1999). マスキンは 2007 年で履行問題でノーベル賞を受賞しているが、彼のメカニズムデザインは主に整数ゲームを利用している。

整数ゲームにおける損得はたかだかワンコインである。ならば、このゲームでどのようなプレイがなされようとも、その結果は、地域 A を表明し、地域 A が経済援助されることのメリットに到底及びはしない。

つまり、整数ゲームの導入は、多数決ルールを、ナッシュ均衡を考えるにふさわしくない「ばかげたメカニズム」にすり替えただけなのだ。これでは、問題の本質的な解決には程遠い。

ワンコインで貧困を救う正しい作法

政策当局が直面している問題を、今一度整理してみよう。

3人の調査員は、地域 A、地域 B、地域 C のうちどの地域が最も貧困かを知っているので、彼らに正直に表明してもらいたい。ただし、各調査員にはえこひいきする地域があるため、策のないまま質問しても正しい答えは返ってこない。彼らは、わずかではあるが、嘘をつくと後でばれる可能性があると思っている。しかし嘘つきに大きな罰金を課すことはできない。

当局は、ワンコイン程度の少額の罰金のみを使って、各調査員にとって正直表明が唯一無二とされるように、しかも「ばかげてなく」、メカニズムをデザインしなければならない。では、当局は、このような制約下において、本当に、ワンコインのみで、最貧困地域を救済することができるのだろうか？

以下に説明される「アブルー・松島メカニズム」を使えば、それは可能になる（はずである）³。

アブルー・松島メカニズム

当局は各調査員に「どの地域が最も貧困か」を質問する。その際、ある一定期間猶予を設けて、その間であれば、表明内容を幾度も変更してよいとする。たとえば、2日の猶予期間を設け、1分刻みでいつでも変更できるとする。

³ Abreu and Matsushima (1992a)を参照のこと。ここで説明される内容は、Matsushima (2015)にもとづく。

この場合、各調査員は、2880回表明内容を変更できる。ようするに、各調査員が、どの地域かもっとも貧困かという同じ質問に対して、2880回繰り返し回答するのと同じことだ。

当局は、猶予期間終了後、猶予期間内の1時点をランダムにピックアップして、その時点での各調査員の表明内容をもとに「多数決ルール」によって地域を決定する。

当局は2%という低確率でしか正しい地域を立証できない（嘘を見抜けない）とする。もし正しい地域がどこかを立証できた場合には、嘘をついた調査員に対して、以下のルールにしたがって、ワンコイン（500円）の罰金が科せられる。

罰金のルール設定には、各調査員に嘘の表明を躊躇させるっておきの「魔法」がかけられる。すなわち、

猶予期間中「最初に」嘘をついた調査員に（のみ）ワンコインを払わせる

とするのである。

2880回の任意の1回の表明内容が地域決定につかわれる確率は $\frac{1}{2880}$ である。だから、各回で嘘をつくことのメリットは高々 $\frac{20000}{2880} \approx 7$ 円程度である。一方、最初に嘘を表明した調査員が支払う罰金の期待値は $500 \times \frac{1}{50} = 10$ 円である。これは非常に低額であるものの、7円よりは高額である。このことが、上述したルール設定と相まって、2880回すべてにおいて正直表明を引き出すための、重要なトリガーになる。

まず、各調査員は初回に嘘をつくことを躊躇する。嘘をつくことで地域決定に影響を与えうるとしても確率 $\frac{1}{2880}$ のことであり、高々7円程度のメリットしかない。これに対して、初回に嘘をつけば期待値10円のペナルティーをうける。これは7円より高額だから、嘘の表明を躊躇させるに十分である。（他の調査員がみな初回に正直表明している場合には、初回に嘘をついても地域決定に何ら影響を与えないので、初回に嘘をつくメリットはそもそもない。）

こうして、調査員は初回ではみな必ず正直表明することがわかる。

次に、初回はみなが正直であることを前提とすると、まったく同じ理屈で、次の回においても、どの調査員も嘘を表明しないことがわかる。同様に、次の次の回、次の次の回、それ以降ずっと、全く同じ理屈で、どの調査員も嘘を表明しない。

こうして、調査員は全ての回においてみな必ず正直表明することが示される。正直表明が、当局に対する、合理的に妥当な唯一無二の回答の仕方になるのだ。

ほんのわずかなワンコインの罰金によって、最初の嘘つきにはなりたくないというインセンティブを引き出して、全員を正直表明するように仕向けることができるのである。もちろん、正直表明は唯一のナッシュ均衡になる。

こうして、アブルー・松島メカニズムは、ワンコインで最貧困地域を救うこととなる。

アブルー・松島メカニズムの重要なポイントは、ワンコインの罰金を支払うのは、「最初に」嘘をついた調査員だけとする点にある。もし嘘をついた調査員全員がワンコインを払うとするならば、上述したようなインセンティブの連鎖反応は、もはや全く起こらず、罰金請求は再び張子の虎と化してしまう。

インセンティブの連鎖反応を引き起こすためには、最初の嘘つきのみを罰すること。これにつきる。

レベル K など

アブルー・松島メカニズムは、500 円でなくても、100 円でも、10 円でも、あるいは、たった 1 円でも、十分に機能しうる。さらには、嘘が立証される確率が、2%より低くても、例えばうんと低くて 0.00001%であっても、大丈夫、大丈夫。

どんなに悪条件であっても、変更できるタイミングを、分刻みより短く、秒刻み、さらにはナノ秒刻みといった高頻度にすれば、同じようにインセンティブの連鎖反応を引き出すことができる。

アブルー・松島メカニズムは、罰金額をほとんど必要としていない。調査員（プレーヤー）に、「嘘がばれるかもしれない」という気持ちが、ほんの少しでもありさえすれば、彼らに確実に正直表明させることができる。

しかし、こんなうまい話にも欠点はつきものだ。それは、「レベル K」と呼ばれる、現実の経済人の合理性の限界に関係する⁴。つまり、実験室において、アブルー・松島メカニズムを生身の被験者にプレイさせても、おいそれとはこの理論の通りの結果にならない、ということだ。

⁴ Camerer (2003, Chapter 5).

経済主体が正直表明すべきと確信するためには、繰り返し推論して、相手が早い回では嘘をつかないことを、各経済主体が合理的に予想形成できることが必要になる。しかし、実際の経済主体は、このくどい繰り返し推論を面倒くさがって、途中でやめてしまうのではないか。つまり繰り返しの回数を「 $K=2$ か3」くらいであきらめはしないだろうか。

さらには「談合」の恐れもある。たったワンコインのためにごひいきの地域 A が援助されなくなるとなれば、みんなで「ワンコインは無視しよう」ということになるので、これでは魔法はとけてしまいかねない⁵。

アブルー・松島メカニズムのように、理論的に精緻なモデルには、得てして、実践する際、以下のような、用意周到なお膳立てが必要になる。つまり、猶予期間中、相手の表明内容を見ることはできないとする。経済主体間のコミュニケーションを禁ずる。事前にトライアルを設けてよく学習させる。そして、一見複雑に見える推論は、実は形式的には全く同じ単純なステップを繰り返し踏んでいるだけだということをよく理解させる⁶、などといったことだ。

参考文献

- Abreu, D. and H. Matsushima (1992a): “Virtual Implementation in Iteratively Undominated Strategies: Complete Information,” *Econometrica* 60, 993–1008.
- Abreu, D. and H. Matsushima (1992b): “A Response to Glazer and Rosenthal,” *Econometrica* 60, 1439-1442.
- Camerer, C. (2003): *Behavioral Game Theory*, Chapter 5, Princeton University Press.
- Glazer, J. and R. Rosenthal (1992): “A Note on Abreu-Matsushima Mechanisms,” *Econometrica* 60, 1435-1438.
- Mas-Colell, A., M. Whinston, and J. Green (1995): *Microeconomic Theory*, Chapter 23, Oxford University Press.
- Maskin, E. (1999): “Nash equilibrium and Welfare Optimality,” *Review of Economic Studies* 66, 23–38.
- Matsushima, H. (2015): “Implementation, Ex-Post Verifiability, and Detection,” mimeo.
- Osborne, M. and A. Rubinstein (1994): *A Course in Game Theory*, Chapter 10, MIT Press.

⁵ Glazer and Rosenthal (1992).

⁶ Abreu and Matsushima (1992b).